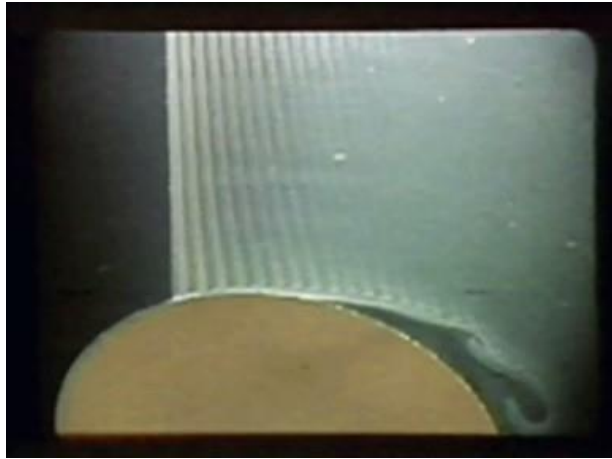


Határrétegek

Dr. Tomor András
BME Áramlástan Tanszék
2019 március 4.

Határréteggel kapcsolatos jelenségek

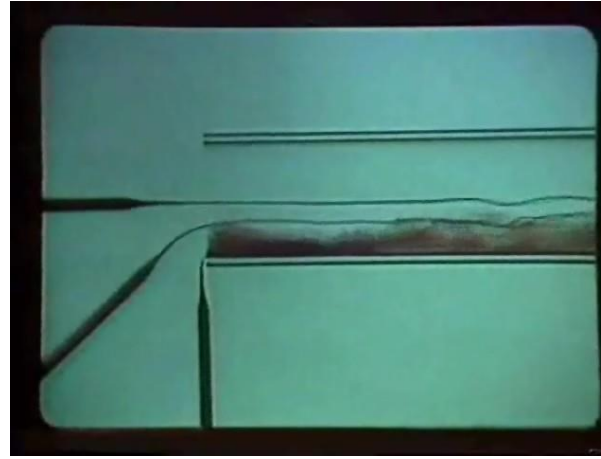


[Shapiro]

Leválás:

- Szabad nyíróréteg keletkezik;
- Jelentősen módosul a nyomásmegoszlás, nő az ellenállás;
- Szárnyak felhajtóerejének létrejötté is és drasztikus csökkenése is.

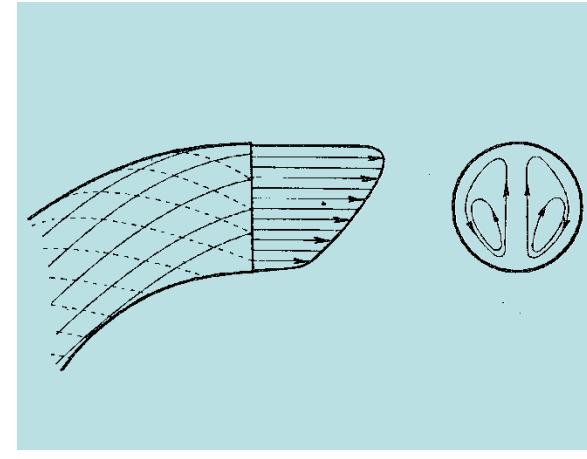
Kiszorítás: Virtuálisan megnő a test vagy szárny vastagsága.



[Shapiro]

Turbulencia:

- A sebesség szabálytalan ingadozása;
- A határréteg megvastagodása
- Felületi transzporttényezők (pl. hőátadás, bősúrlódás) növekedése;
- A határréteg jobban ellenáll a leválásnak.



[Schlichting 20.25]

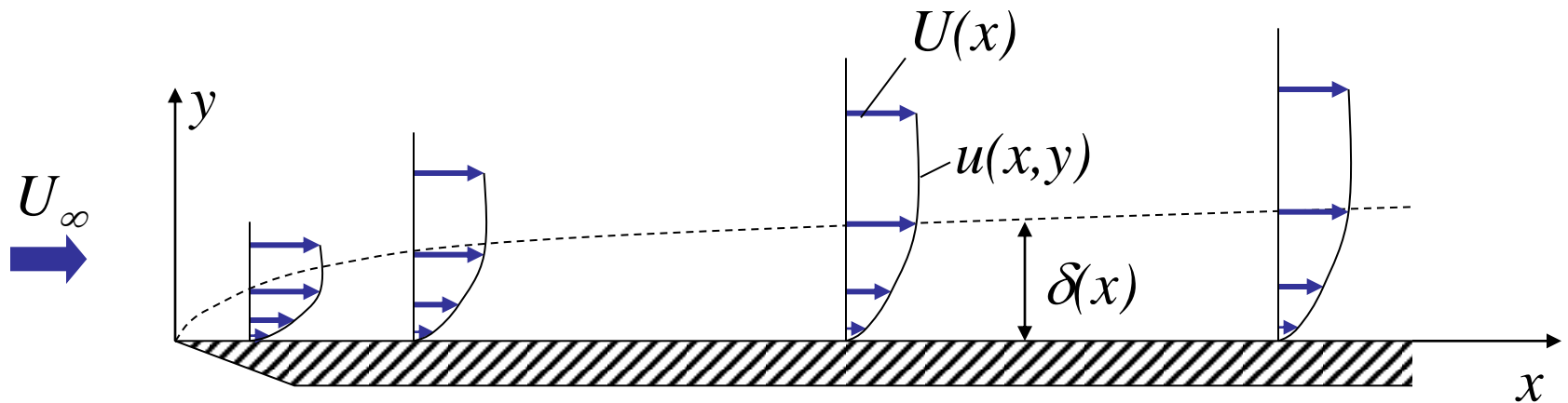
Szekunder áramlás:

- Folyadékforgalom a nagy és kisnyomású oldal között;
- Áramlás irányú örvényesség keletkezése;
- Keveredés erősödik, az ülepedő részecskék átrendeződnek a fenéken.

A határréteg koncepció

Ha a viszkozitás nagyon kicsi, a fali súrlódás csak egy vékony, δ vastagságú rétegben gyakorol hatást az áramlásra.

2D stacionárius áramlásra szorítkozunk: $\underline{v} = u \underline{e}_x + v \underline{e}_y$

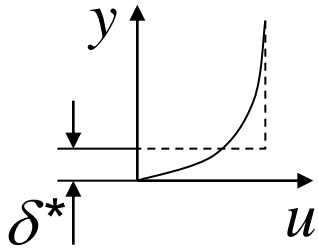


A határréteg vastagsága

Definíció:

$$\delta : u(\delta) = 0.99U$$

$$\delta^* : U\delta^* = \int_0^{\infty} (U - u(y)) dy \quad \text{kiszorítási vastagság}$$



Pl. 0 állásszögű sík lap esetén: $\delta \cong 3.26\delta^*$

δ becsülhető, ha a tehetetlenségi erő és a viszkozus erő között egyensúlyt feltételezünk a határréteg szélén ($y=\delta$). ν a kinematikai viszkozitás:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \cong \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

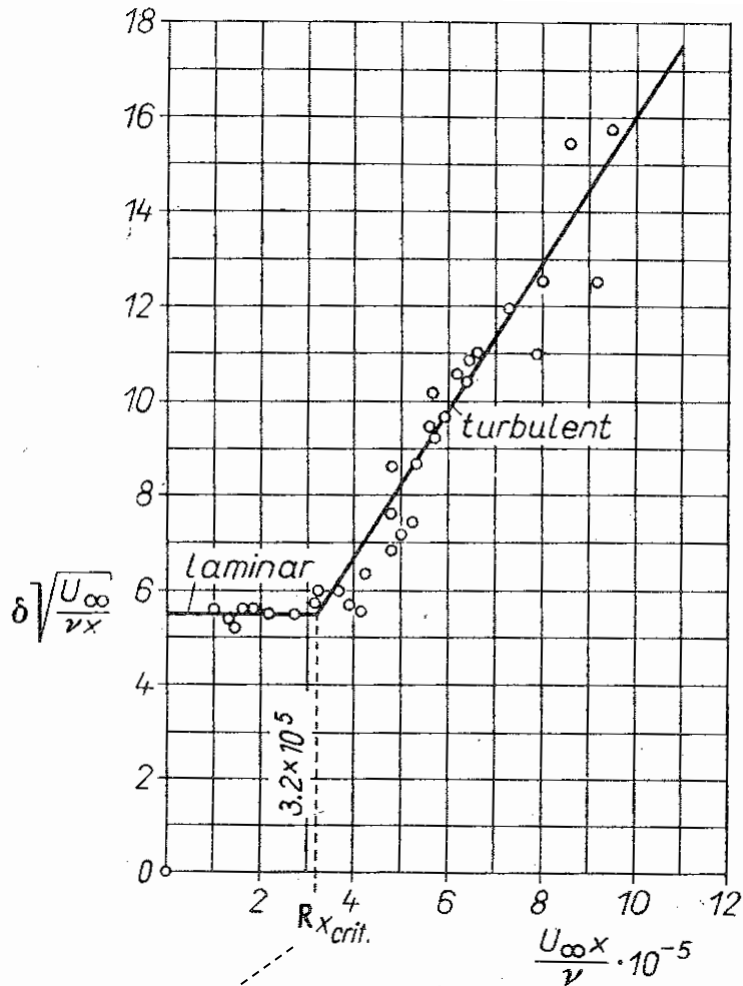
$$U_{\infty} \frac{U_{\infty}}{x} \sim \nu \frac{U_{\infty}}{\delta^2}$$

$$\frac{\delta}{x} \sim \sqrt{\frac{\nu}{U_{\infty} x}}$$

$$Re_x^{-0.5}$$

A határéteg vastagság változása 0 állásszögű síklapon

[Schlichting 2.16]



$$Re_{x,krit} = 3.2 \times 10^5$$

A Reynolds-számot kétféleképpen definiálhatjuk:

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$$

$$Re_\delta = \frac{U_\infty \delta}{\nu}$$

Lamináris határretegére tehát:

$$\frac{Re_\delta}{Re_x} = \frac{\delta}{x} = 5.64 Re_x^{-0.5}$$

$$Re_\delta = 5.64 Re_x^{0.5}$$

Re_{krit} síklapon és csőben

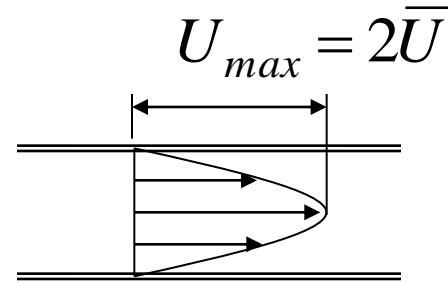
Hasonlítsuk össze a kritikus Reynolds-szám értékét síklap és cső esetén!

Síklap esetén:

$$Re_{x,crit} = 3.2 \times 10^5 \quad \longrightarrow \quad Re_{\delta,crit} = 5.64 Re_{x,crit}^{0.5} = 3200$$

Lamináris áramlásban az átlagsebesség:

A cső sugara tekinthető a határréteg
Vastagságának, így:



$$Re_{\delta,crit} = \frac{U_{max} \delta}{\nu} = \frac{UD}{\nu} = 2300$$

A határrétegegyenlet

Referencia hossz: l
(pl. a síklap hossza)

Referencia sebesség: U_∞

A dimenziótlan számokat a következő mértékhez viszonyítjuk:

$$\varepsilon = \frac{\delta_{\max}}{l} \quad \text{és} \quad 1$$

$$x' = \frac{x}{l} \sim 1$$

$$u' = \frac{u}{U_\infty} \sim 1$$

$$p' = \frac{p - p_\infty}{\rho U_\infty^2} \sim ??$$

$$y' = \frac{y}{l} \sim \varepsilon$$

$$v' = \frac{v}{U_\infty} \sim \varepsilon$$

$$\text{Re}_l = \frac{U_\infty l}{\nu} \sim \frac{1}{\varepsilon^2}$$

A határrétegegyenlet

Becsüljük meg az egyes tagok nagyságát ε -hoz képest!

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$1/1 \quad \varepsilon / \varepsilon$$

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\text{Re}_\ell} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right)$$

$$1 \quad \varepsilon / \varepsilon \quad ? \quad \varepsilon^2 \quad 1 \quad 1 / \varepsilon^2$$

$$\cancel{u' \frac{\partial u'}{\partial x'}} + \cancel{v' \frac{\partial u'}{\partial y'}} = -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\text{Re}_\ell} \left(\cancel{\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}} \right) \longrightarrow \frac{\partial p'}{\partial y'} \cong 0$$

$$\varepsilon \quad \varepsilon \quad ? \quad \varepsilon^2 \quad \varepsilon \quad 1 / \varepsilon$$

Határrétegegyenlet

Az egyenlet y komponense alapján arra következtethetünk, hogy a külső nyomás behatol a határrétegbe:

$$\frac{\partial p'}{\partial y'} = 0$$

Ezért a nyomás csak az x koordináta függvénye, a nyomásgradiens pedig a külső áramlás sebessége alapján kiszámítható.

$$p(x) \quad \longrightarrow \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = U \frac{dU}{dx}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Ez a határrétegegyenlet lamináris áramlásra.

Mezőváltozóink:
 $u(x,y)$ és $v(x,y)$

A lamináris határréteg önhasonlósága

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \qquad u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = U' \frac{dU'}{dx'} + \frac{1}{Re_\ell} \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

Újabb skálázást alkalmazunk:

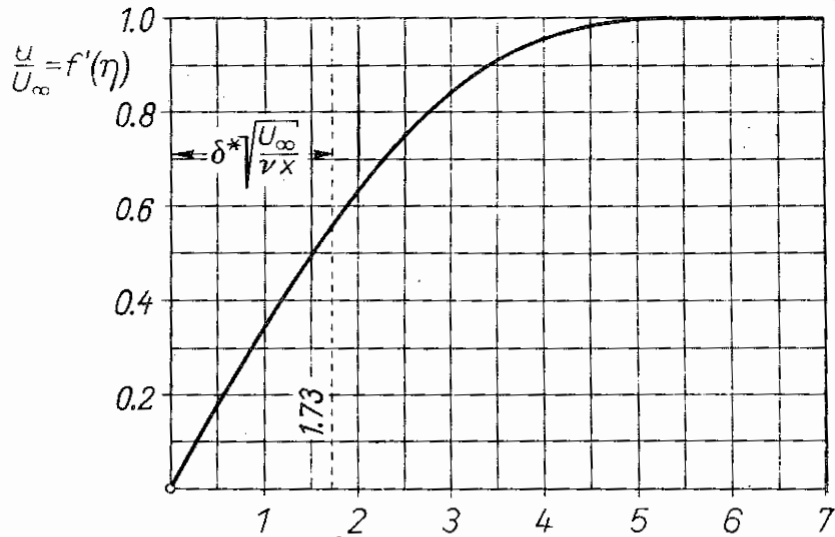
$$y'' = y' \sqrt{Re_\ell} = \frac{y}{\ell} \sqrt{\frac{U_\infty \ell}{\nu}} \qquad \text{és} \qquad v'' = v' \sqrt{Re_\ell} = \frac{v}{U_\infty} \sqrt{\frac{U_\infty \ell}{\nu}}$$

így a dimenzió nélküli HRE:

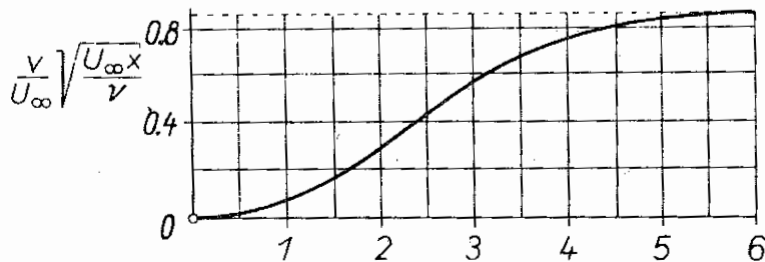
$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v''}{\partial y''} = 0 \qquad u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v'' \frac{\partial u'}{\partial y''} = U' \frac{dU'}{dx'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y''^2}$$

Ennek a megoldása független Re_ℓ értékétől: $u'(x', y'')$

Síklap feletti határréteg



$$y'' = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu_0 l}}$$



$$y'' = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu l}}$$

[Schlichting, 7.8, 7.9]

0 állásszögű síklapra a HRE megoldását Blasius (1908) adta meg.

$$\delta : y'' = 5.64$$

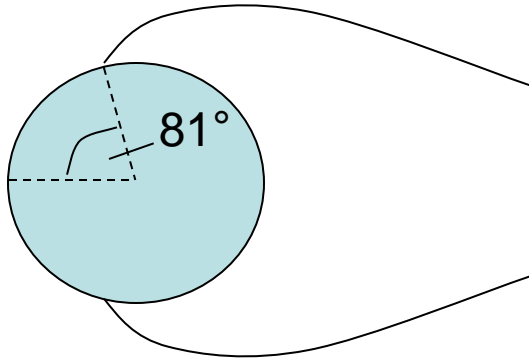
$$\delta^* : y'' = 1.73$$

$$\delta = 3.26 \delta^*$$

Az önhasonlóság miatt ezek a profilok nem függenek Re_x értékétől.

Henger körüli áramlás

Ha a külső áramlás nyomása Reynolds-számtól függetlennek tekinthető, akkor a leválási pont helye sem függ Re -től.



$$x' = \frac{x}{\ell} \propto \text{SZÖG}$$

független
 Re_l -től

A leválás
feltétele:

$$\left. \frac{\partial u'}{\partial y''} \right|_{y''=0} = 0$$

független
 Re_l -től