

Kérjük a tárgykódot bekarikázni, a végén a dolgozatot hosszában félbehajtva, aláírva, csoport szerint beadni.

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN: \_\_\_\_\_  
 Aláírás: \_\_\_\_\_ Pontszám:

A csoport

**A/1.** Ha egy víz sugarat egy, a sugár tengelyére merőleges álló körlappal elterelünk,

- 1.) A víz áramlási sebessége feleződik;
- 2.) A lapra ható erő nagysága azonos a belépő sugár impulzusával;
- 3.) a síklapra a belépő sugár áramlási irányával ellentétes irányú erő hat;
- 4.) a be- és kilépő sebességek megegyeznek;
- 5.) a síklapot elhagyó sugár összes keresztmetszete megegyezik a belépő sugár távoli keresztmetszetével.

Megoldás: 2, 4, 5

**A/2.** Az impulzustétel folyadékokra alkalmazott formája a következőképpen írható fel:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \cdot \underline{v} \cdot dV + \int_A \underline{v} \cdot \rho \cdot \underline{v} \cdot dA = \int_A p \cdot dA + \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV - \underline{R}$$

A felírt összefüggés azért hibás, mert az összefüggésben

- 1.) az elemi felület dA vektor;
- 2.) a -R tag nem szerepelhet az egyenletben;
- 3.) a nyomásból származó erőt számító tag előtt negatív előjel kellene, hogy legyen;
- 4.) nem szerepel a lokális gyorsulás.

Megoldás: 1, 3

**A/3 (2p)**

Egy tűzoltótömlő átmérője 52 mm, benne a túlnyomás 2.21 bar. A kilépő víz mennyisége 300 liter/perc. A tömlőhöz sugárcső (konfúzor) csatlakozik.

- a) Határozza meg a sugárcső kilépő átmérőjét!
- b) Mekkora erő terheli a tömlő és a sugárcső csatlakozását?

Megoldás:

$$q_v = \frac{300}{1000 \cdot 60} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$v_1 = \frac{q_v}{A_1} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{0.052^2 \pi} = 2.35 \text{ m/s}$$

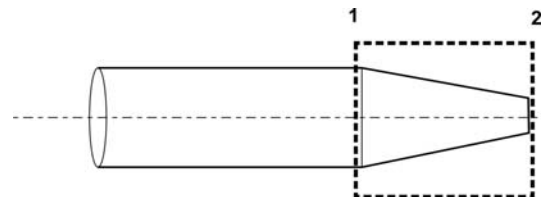
Bernoulli a sugárcsőre:  $\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_0}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$

Valamint kontinuitás:  $v_2 A_2 = v_1 A_1$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_0)}{\rho \cdot v_1^2} + 1} = 9 \Rightarrow D_2 = \frac{0.052}{3} = 0.0173 \text{ m} = 17.3 \text{ mm}$$

$$v_2 = 21.15 \text{ m/s}$$

Impulzustétel:

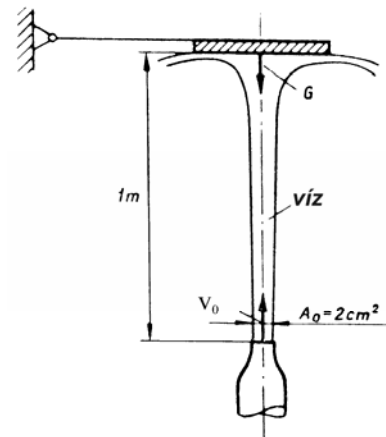


$$\rho v_2^2 A_2 - \rho v_1^2 A_1 = (p_1 - p_0) A_1 - R$$

$$\Rightarrow R = \frac{0.052^2 \pi}{4} (2.21 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 1.89^2) - \frac{0.0173^2 \pi}{4} \cdot 10^3 \cdot 21.15^2 = 371.19 \text{ N}$$

#### A/4. (1p)

Az ábrán látható vízszög kilépő sebessége a fűvókánál 30 m/s. Mekkora tömeget helyezhetünk az elhanyagolható súlyú síklapra, hogy a vízszög megtartsa?



Megoldás:

Bernoulli a síklapig:

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{v_0^2}{2} = \frac{p_0}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gH \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gH} = 29.67 \text{ m/s}$$

Kontinuitás:

$$v_0 A_0 = v_1 A_1 \Rightarrow A_1 = 2.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Impulzustétel:

$$-\rho v_1^2 A_1 = -R \text{ azaz } R = 198.1 \text{ N} \Rightarrow m = 20.19 \text{ kg}$$

Kérjük a tárgykódot bekarikázni, a végén a dolgozatot hosszában félbehajtvva, aláírva, csoport szerint beadni.

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN: \_\_\_\_\_

Aláírás: \_\_\_\_\_ Pontszám:

B csoport

**B/1.** A hirtelen keresztmetszet-növekedésben (Borda-Carnot átmenetben):

( $v_1$  [m/s] és  $v_2$  [m/s]) az átlagsebesség a hirtelen keresztmetszet-növekedés előtt, illetve után):

- 1.) az ideális nyomásváltozás impulzus tétellel határozható meg;
- 2.) a nyomásveszteség az ideális esethez képest:  $\frac{\rho}{2} \cdot (v_1 - v_2)^2$  ;
- 3.) a nyomás az áramlás irányában nő, de nem annyira, mint ideális esetben;
- 4.) a valós nyomásváltozás  $\frac{\rho}{2} \cdot (v_1 - v_2)^2$  ;
- 5.) a többi válasz nem igaz.

Megoldás: 2, 3

**B/2.** Az  $\int_A \underline{v} \cdot \underline{\rho} \cdot \underline{v} \cdot dA = - \int_A \underline{p} \cdot d\underline{A} + \int_V \underline{\rho} \cdot \underline{g} \cdot dV$  formában felírt impulzustételre vonatkozóan érvényesek a következő

megállapítások:

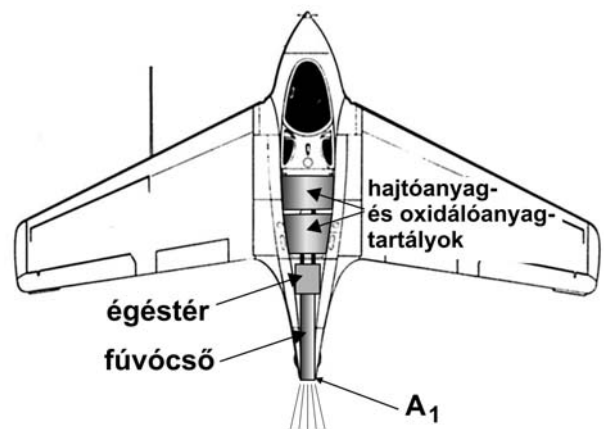
- 1.) instacionárius áramlás esetén is használható;
- 2.) nincs szilárd test az ellenőrző felületen belül;
- 3.) csak állandó sűrűségű közeg esetén használható;
- 4.) az összefüggés  $\text{rot } \underline{v} \neq \underline{0}$  esetén nem érvényes;
- 5) egyik válasz sem helyes.

Megoldás: 2

**B/3.** (1.5p)

A világ első rakétahajtású vadászpilóta repülőgépe a Komet volt, mellyel Heini Dittmar pilóta 1941-ben 1004 km/h sebességrekordot állított fel. A gép Walter HWK-109 típusú rakétahajtóművében folyékony hidrazin-hidrát és hidrogén-peroxid ég el, a környezeti levegő felhasználása nélkül, zárt rendszerben. A hajtóműből  $T = 1800 \text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $R = 260 \text{ J/kgK}$  gázállandójú égéstermék ( $\text{NO}_2$  és vízgőz keveréke) távozik egy 0.2m átmérőjű fúvócsövön. A fúvócső kilépő keresztmetszetében a gáz sebessége a hajtóműhöz képest 1500 m/s. A kilépő nyomás  $p_0$ .

Mekkora a hajtómű tolóereje maximális sebességnél a földközélen ( $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ )? Mekkora hajtómű hasznos teljesítménye?



Megoldás:

A kiáramló gáz sűrűsége:  $\rho_1 = \frac{p_0}{R \cdot T_1} = \frac{10^5}{260 \cdot 2073} = 0.185 \text{ kg/m}^3$

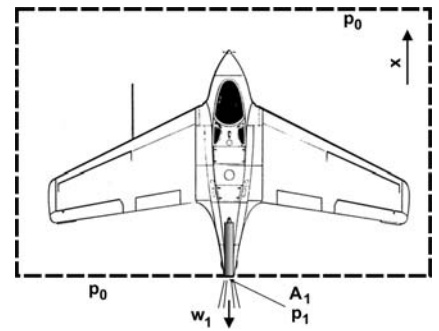
A tolóerő a kilépő közeg impulzusából adódik:

$$I_1 = -R$$

$$R = -\rho_1 v_1^2 A_1$$

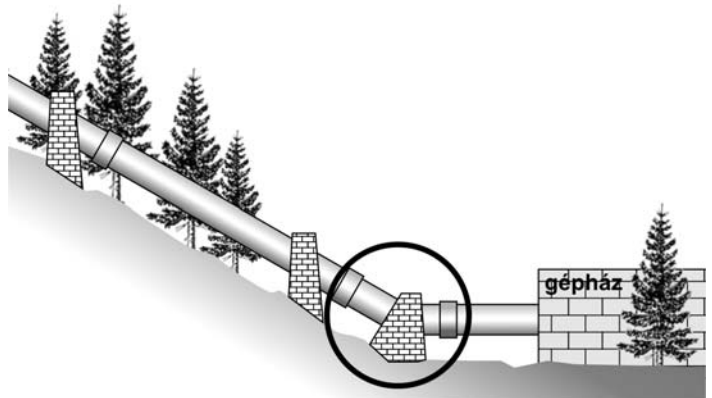
$$R = (-0.185 \cdot 1500^2) \cdot 0.01\pi = -13\,076 \text{ N}$$

A teljesítmény:  $P = F \cdot v = 13076 \cdot 1004 / 3.6 = 3\,646\,996 \text{ W} \approx 3.65 \text{ MW}$



**B/4. (1.5p)**

Egy szivattyús-tározós erőmű alsó és felső medencéjét 3.4m átmérőjű acélső köti össze. A 35°-os meredekségű hegyoldalról a cső vízszintesen lép be a gépházba. Mennyivel nő az alsó fixpont terhelése a nyugalmi (áramlás nélküli) helyzethez képest, ha beindítják az erőműt és 20m<sup>3</sup>/s víz folyik le a csövön?  $\Delta R = ?$



A gravitáció miatti nyomásváltozás elhanyagolható, a csőben mindkét esetben azonos (20 bar) nyomás uralkodik. Az áramlás súrlódásmentes, az illesztógyűrűkön nem hat erő.

Megoldás:

$$q_v = vA \Rightarrow v = \frac{4 \cdot 20}{3.4^2 \pi} = 2.2 \text{ m/s}$$

Impulzustétel nyugalmi helyzet:  $0 = \underline{P}_1 + \underline{P}_2 - \underline{R}_{NY}$

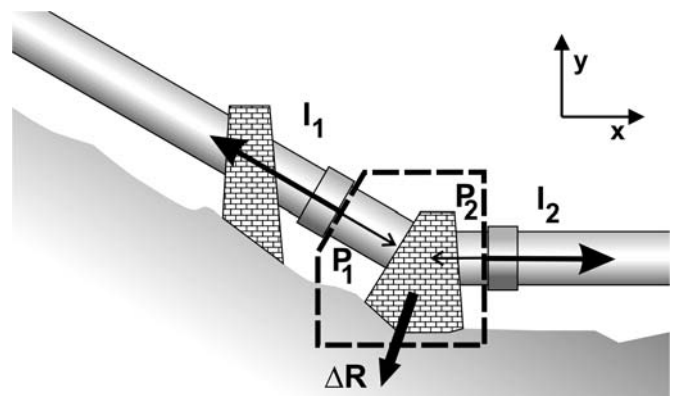
Impulzustétel üzem közben:  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{P}_1 + \underline{P}_2 - \underline{R}_ü$

A két egyenletből:  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = -\underline{\Delta R}$

X irányban:  $-\rho v^2 A \cos(35^\circ) + \rho v^2 A = -\Delta R_x$  azaz  $\Delta R_x = -7947 \text{ N}$

Y irányban:  $\rho v^2 A \sin(35^\circ) = -\Delta R_y$  azaz  $\Delta R_y = -25204 \text{ N}$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} -7.95 \\ -25.2 \end{bmatrix} \text{ kN}, \quad |\underline{R}| = 26.43 \text{ N}; \quad \alpha = 17.51^\circ \text{ a függőlegeshz képest}$$



Kérjük a tárgykódot bekarikázni, a végén a dolgozatot hosszában félbehajtvva, aláírva, csoport szerint beadni.

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN: \_\_\_\_\_  
 Aláírás: \_\_\_\_\_ Pontszám:

C csoport

C/1. Az impulzustétel  $\sum \underline{I}_i = \sum \underline{P}_i - \underline{R}$  alakjára igaz:

- 1.) Az  $\underline{I}_i$  vektorok mindig pozitív irányba mutatnak;
- 2.) A  $\underline{P}_i$  vektorok nullák, ha a test az ellenőrző térfogaton belül van;
- 3)  $\underline{R}$  a test által a folyadékra kifejtett erő;
- 4) örvényes áramlás esetén nem használható;
- 5) egyik válasz sem helyes.

Megoldás: 5

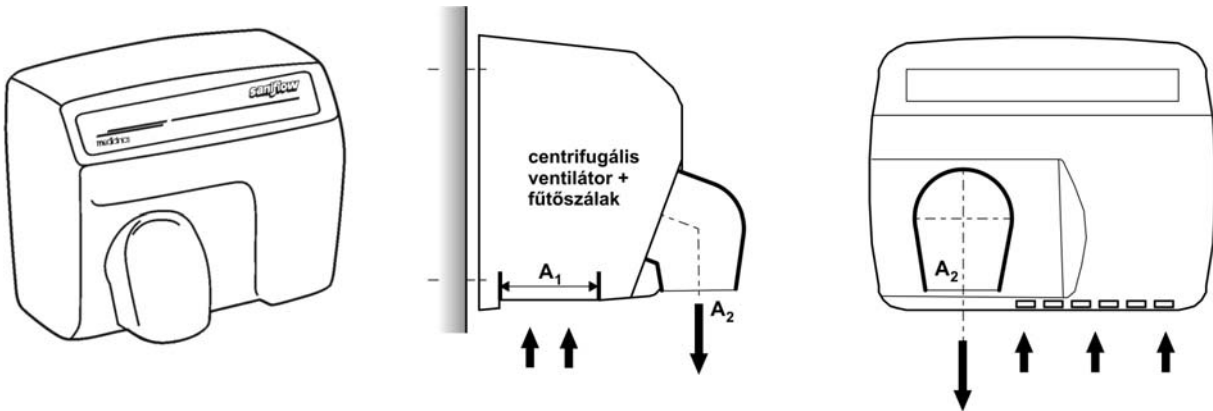
C/2. A légsavarra ható  $R$  erő vizsgálata során a következő megállapításokat tehetjük: ( $q_m$  a légsavaron átáramló levegő tömegárama;  $A$  a csavar keresztmetszete;  $v_e$  és  $v_u$  a csavar előtti ill. utáni távoli sebességek,  $v$  a légsavaron átáramló levegő átlagos axiális sebessége)

- 1.)  $R = \rho \cdot A (v_u^2 - v_e^2)$ ;
- 2.)  $v = \frac{v_e + v_u}{2}$  ;
- 3.)  $R = q_m \cdot (v_u - v_e)$  ;
- 4.)  $q_m = \rho \cdot A \cdot v_e$  ;
- 5.) a többi válasz nem igaz.

Megoldás: 2, 3

C/3

C/3. (1.5p)



Az Áramlástan Tanszék mosdójában elhelyezett Saniflow típusú kézsárító berendezés  $A_1 = 0.01\text{m}^2$  vízszintes vetületű zsalukon szívja be a levegőt, majd  $A_2 = 0.002\text{m}^2$  keresztmetszetű fúvókán bocsátja ki. A kifújt levegő térfogatárama  $0.06\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ; hőmérséklete  $53^\circ\text{C}$ . A mosdóban a légnyomás  $p_0 = 10^5\text{Pa}$ , a hőmérséklet  $23^\circ\text{C}$ . Mekkora  $\underline{R}$  erő hat a szerkezetre, ha egy tanszéki kolléga a kezét szárítja alatta?

Megoldás:

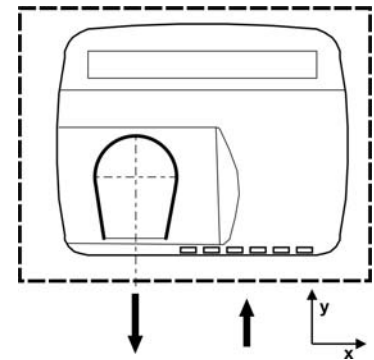
$$\rho_1 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} = \frac{10^5}{287 \cdot 396} = 1.177 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_2 = \frac{p_0}{R \cdot T_2} = \frac{10^5}{287 \cdot 326} = 1.069 \text{ kg/m}^3$$

Sebességek:

$$q_{v2} = v_2 A_2 \text{ ebből } v_2 = 30 \text{ m/s}$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$v_1 = \frac{\rho_2 v_2 A_2}{\rho_1 A_1} = 5.45 \text{ m/s}$$



Impulzustétel  $I_1 + I_2 = -\underline{R}$

Y irányban:  $-\rho_1 v_1^2 A_1 - \rho_2 v_2^2 A_2 = -R_y$  azaz  $R_y = 2.27 \text{ N}$

C/4

Határozza meg a turbinalapátra ható  $\underline{R}$  erőt a lapát ábrán mutatott alsó helyzetében! A kerék kerületi sebessége  $30 \text{ m/s}$ , a vízszög sebessége  $45 \text{ m/s}$ .

Megoldás:

Bernoulliból és kontinuitásból:

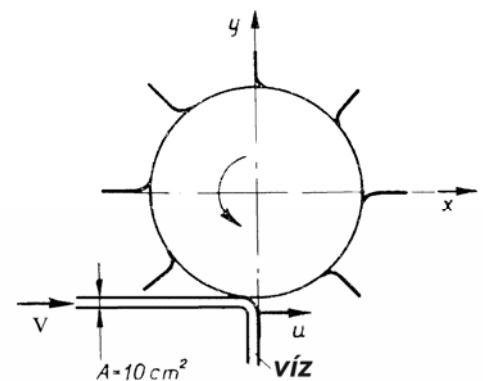
$$A = A_1 = A_2; w_1 = w_2 = 15 \text{ m/s}$$

Impulzustétel lapáttal együtt mozgó rendszerben a lapátra:

$$-\rho w_1^2 A = -R_x$$

$$-\rho w_2^2 A = -R_y$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 225 \\ 225 \end{bmatrix} \text{ N}, |\underline{R}| = 318.2 \text{ N}; \alpha = 45^\circ$$



Kérjük a tárgykódot bekarikázni, a végén a dolgozatot hosszában félbehajtva, aláírva, csoport szerint beadni.

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN: \_\_\_\_\_  
 Aláírás: \_\_\_\_\_ Pontszám:

D csoport

**D/1.** Az  $\int_A \underline{v} \cdot \rho \cdot \underline{v} \cdot dA = - \int_A p \cdot d\underline{A} + \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV - \underline{R}$  formában felírt impulzustételre vonatkozóan érvényesek a következő megállapítások:

- 1.) stacionárius áramlás esetén használható ebben a formában;
- 2.) az  $\underline{R}$  valamilyen szilárd test által a folyadékra kifejtett erő;
- 3.) szilárd test van az ellenőrző felületen belül;
- 4.) az összefüggés  $\text{rot } \underline{v} \neq \underline{0}$  esetén nem érvényes;
- 5) egyik válasz sem helyes.

Megoldás: 1, 3

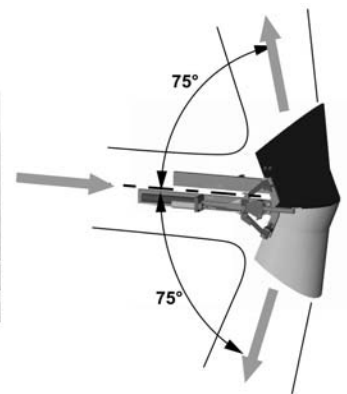
**D/2.** Hirtelen keresztmetszet-növekedésnél igazak az alábbi megállapítások ( $v_1$  [m/s] és  $v_2$  [m/s] az átlagsebesség a hirtelen keresztmetszet-növekedés előtt, illetve után):

- 1.) a nyomásvesztés  $\rho \cdot (v_1 - v_2)^2$  ;
- 2.) a nyomás az áramlás irányában csökken, de nem annyira, mint ideális esetben;
- 3.) a valós nyomásváltozás  $\frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$  ;
- 4.) a nyomásvesztés ideális esethez képest:  $\frac{\rho}{2} \cdot (v_1 - v_2)^2$  .
- 5.) a többi válasz nem igaz.

Megoldás: 4

**D/3.** (1.5p)

Sugárhajtású repülőgépeket a leszállási úthossz csökkentésére és a biztonságos lassításra sokszor ún. gázsugárfordító berendezéssel szerelik fel. Ezek a hajtóművek gázsugarát fordítják vissza földetérés után. A képen látható Fokker 70-es Rolls-Royce Tay 620-as hajtóművének gázsugárfordítója kinyitott állapotban



Mekkora erő terheli a fordítót rögzítő két tartót ( $\underline{R} = ?$ ), ha a hajtóműből kilépő levegősugár sebessége 230 m/s, keresztmetszete  $A_2 = 0.5\text{m}^2$ , a hajtóműből kilépő gáz nyomása  $p_0$ -al azonos, a sugár átlagos hőmérséklete  $200^\circ\text{C}$ ?

Megoldás:

$$\rho_1 = \frac{p_0}{R \cdot T_1} = 0.737 \text{ kg/m}^3$$

Bernoulli egyenletből, illetve kontinuitásból:  $v_2 = v_1$ ,  $2 \cdot A_2 = A_1$

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 - 2\rho_1 v_1^2 A_2 \cos(75^\circ) = -R_x \Rightarrow R_x = 24539 \text{ N}$$

D/4. (1.5p)

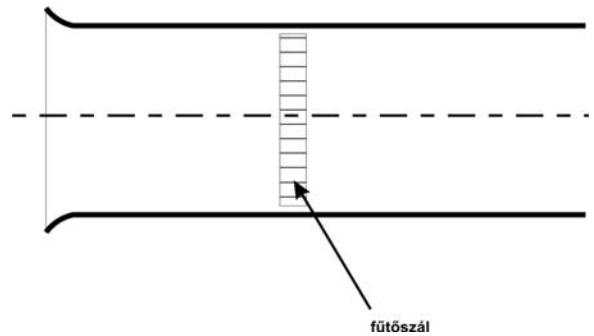
A képen látható csövön levegőt szívunk be, majd melegítjük.

$p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ , a külső hőmérséklet  $20^\circ\text{C}$ , a fűtőszál után  $70^\circ\text{C}$ .

A cső keresztmetszete  $1 \text{ m}^2$ , a sebesség a fűtőszál előtt  $5 \text{ m/s}$ .

Hogyan változik a nyomás a fűtőtest előtt és után, ha a fűtőtesten nem keletkezik erő?

A sűrűségszámításnál a nyomást  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ -al lehet közelíteni.



Megoldás:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} = 1.189 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = \frac{p_0}{R \cdot T_2} = 1.016 \text{ kg/m}^3$$

Kontinuitás:

$$\rho_1 v_1 A = \rho_2 v_2 A$$

$$v_2 = \frac{\rho_1 v_1 A}{\rho_2 A} = 5.85 \text{ m/s}$$

Impulzustétel:

$$-\rho_1 v_1^2 A + \rho_2 v_2^2 A = (p_2 - p_1) A$$

$$(p_2 - p_1) = 8.58 \text{ Pa}$$