3.

2. Kinematika és a folytonosság (kontinuitás) tétele

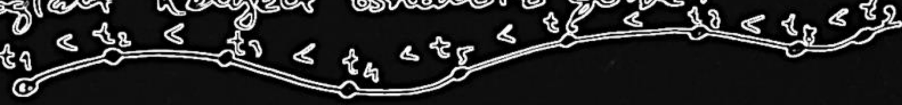
3.

2. Kinematika és a folytonosság tétele

2.1. Pálya, áramvonal, nyomvonal, áramlások időfüggése és szemléltetése

2.1.1. Néhány meghatározás:

PÁLYA: Egy adott folyadékrészecske egymást követő időpillanatokban elfoglalt helyeit összekötő görbe.



ÁRAMVONAL: Olyan görbe, amelyet egy adott időpillanatban minden pontjában érintenek a sebességvektorok.

$\underline{v} \parallel d\underline{s}$

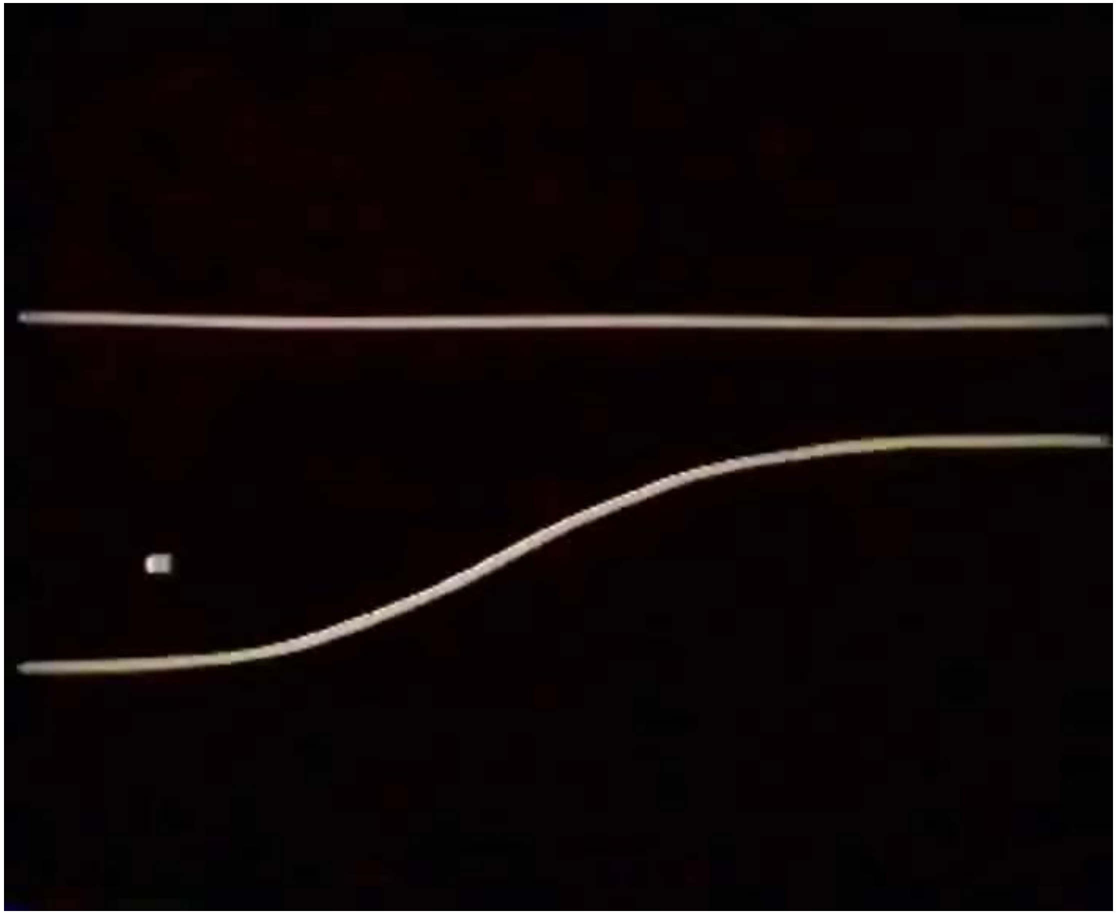
A sebességvektorok burkológörbéje. $\underline{v} \times d\underline{s} = 0$

NYOMVONAL: A tér egy adott pontján egymás után áthaladó folyadékrészeket egy adott pillanatban összekötő görbe.

ÁRAMFELÜLET: Kijelölt vonalra illeszkedő vagy egy pontból kiinduló áramvonalak alkotják, mely felületet a sebességvektorok érintenek. Ezért az áramfelületen nincs átáramlás.

ÁRAMCSŐ: Az áramvonalak zárt görbére illeszkednek.

3. PÁLYA

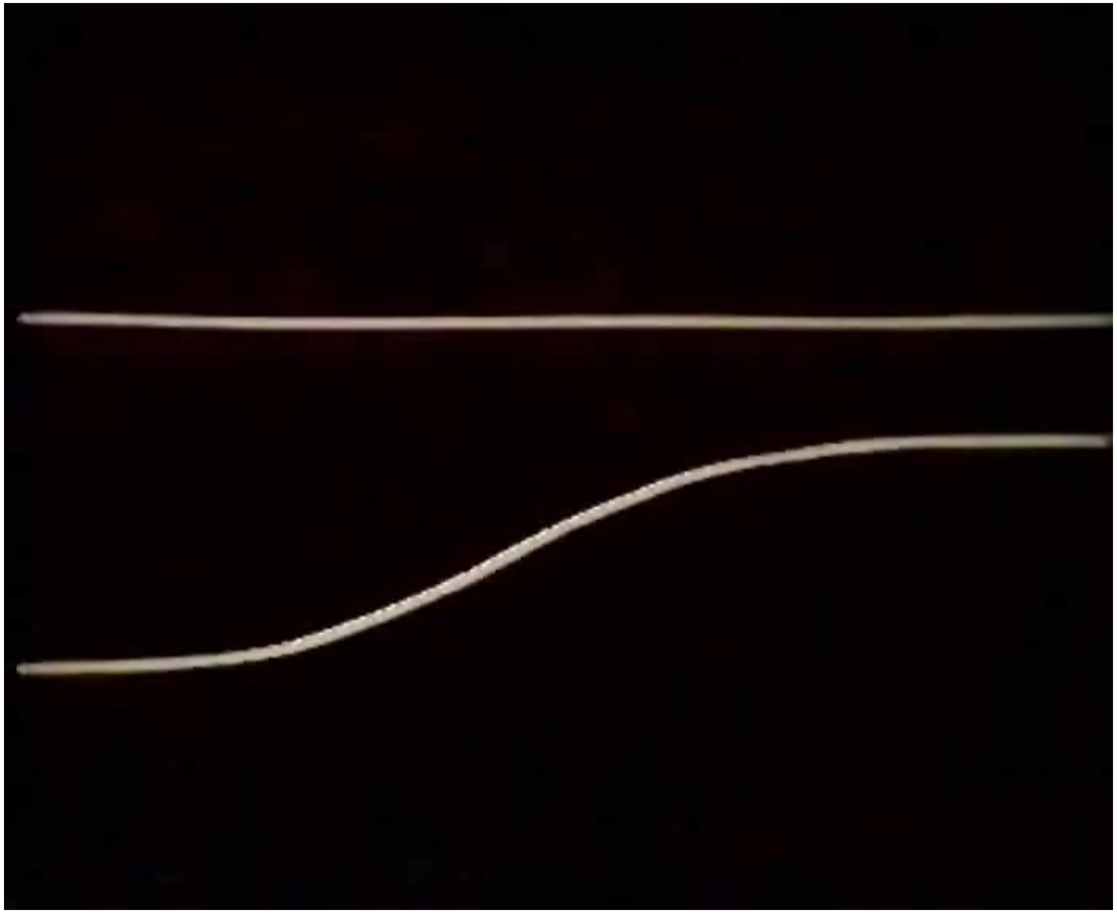


M.2.1.2.: A folyadékrész **pályá**ja egy konfúzorban.

3. ÁRAMVONAL

M.2.1.3.: Az **áramvonalak** szerkesztése egy dúcprofilhoz rögzített koordinátarendszerben: a sebességvektorok az áramvonalak érintői.

3. NYOMVONAL



M.2.1.5.: Az áramlási tér egy pontján egymás után áthaladó közegrészeket összekötő görbe, a **nyomvonal** látható egy konfúzorban hidrogénbuborékokkal láthatóvá téve.

(A videó végén **idővonal**akat is láthatunk, amelyek egy adott pillanatban egy egyenesen lévő folyadékrészeket további időpontokban összekötő görbék.)

3.

2.1.2. STACIONER / INSTACIONER áramlások

sebesség vektortér $\underline{v}(\underline{r},t)$

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{i} + v_y \cdot \underline{j} + v_z \cdot \underline{k}$$

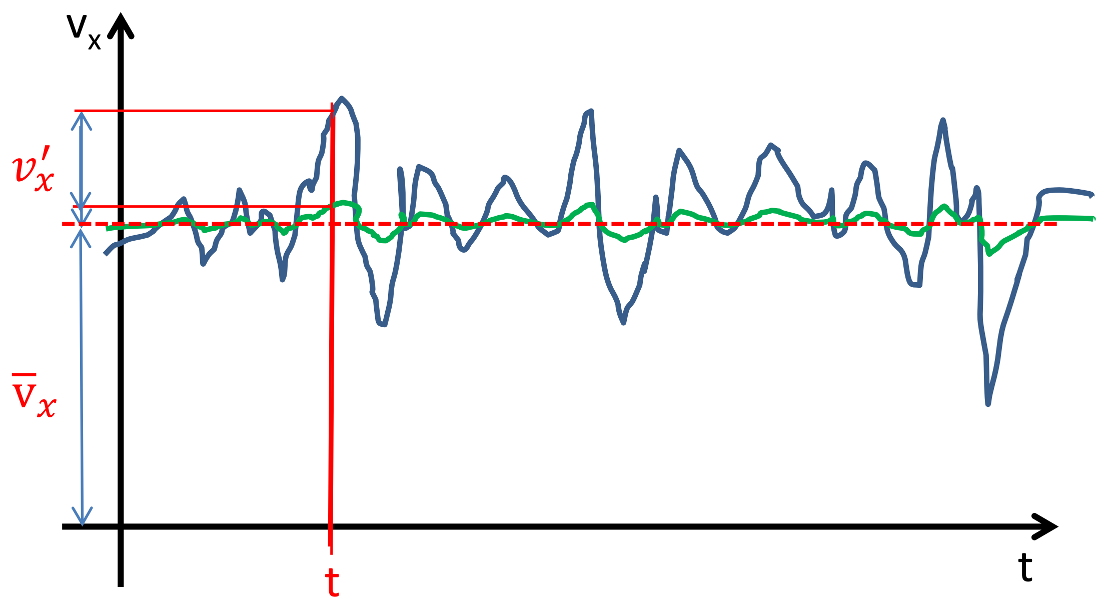
$$v_x(\underline{r},t) \quad v_y(\underline{r},t) \quad v_z(\underline{r},t)$$

<u>Pillanatnyi sebesség</u> = <u>átlagsebesség</u> + <u>ingadozó sebesség</u>

$$v_x = \bar{v}_x + v'_x$$

$$v_y = \bar{v}_y + v'_y$$

$$v_z = \bar{v}_z + v'_z$$



rms (root mean square)

$$v_{x,rms} = \sqrt{\overline{{v'_x}^2}}$$

turbulencia intenzitás:

$$T.I._x = \frac{v_{x,rms}}{\bar{v}_x} = \frac{\sqrt{\overline{{v'_x}^2}}}{\bar{v}_x}$$

3.

2.1.2. Stacioner / instacioner áramlások

Időben állandó = stacioner $\left(\frac{\partial u}{\partial t}=0\right)$

Stacioner („időálló") áramlásban a folyadéktér jellemzői nem függenek az időtől.

$\underline{v}=\underline{v}(\underline{r})$; $p=p(\underline{r})$; $T=T(\underline{r})$; $\rho=\rho(\underline{r})$ stb.

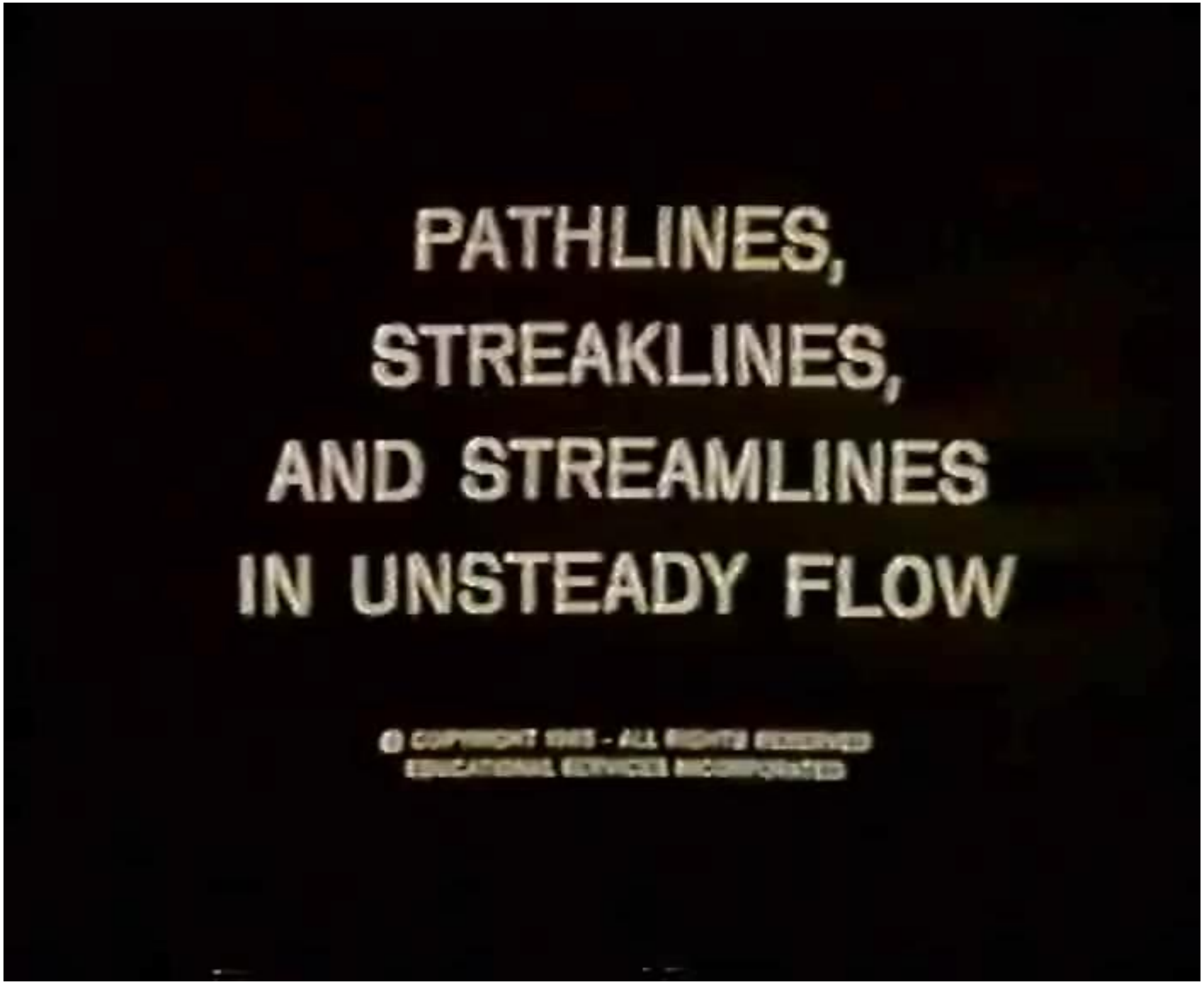
Instacioner $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\neq 0\right)$ áramlásban a $\underline{v}=\underline{v}(\underline{r},t)$.

Instacioner áramlás sokszor stacionerré tehető a koordináta-rendszer helyes megválasztásával.

Instacioner áramlásban a sebesség egy adott térbeli pontban egy átlagérték körül ingadozik. A pillanatnyi érték az átlag és az ingadozó sebesség összegeként felírható!

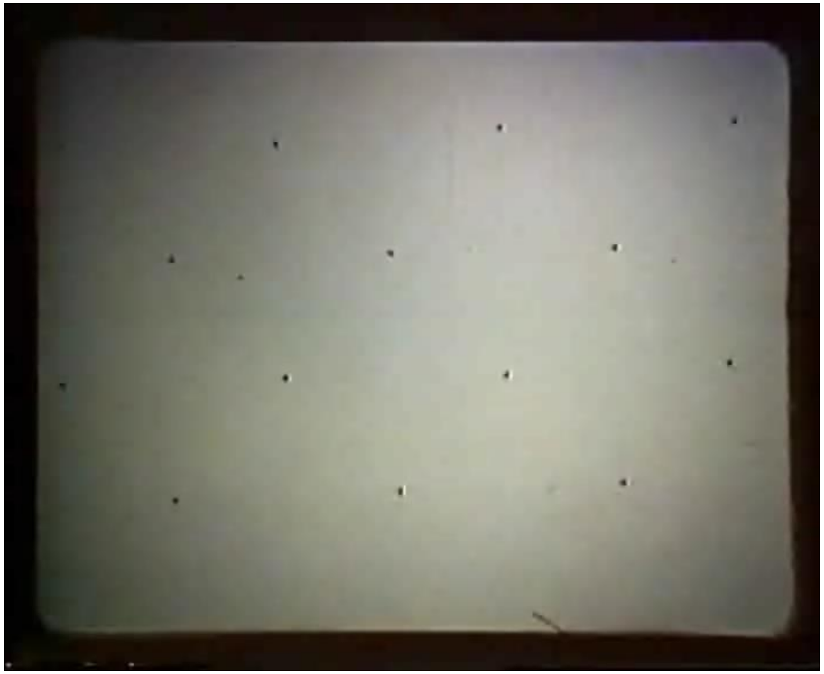
2.1.3. Áramlások szemléltetése (olvasmány)

3.



M.2.1.4.: Instacionárius áramlásban a pálya, a nyomvonal és az áramvonal különböző. Ezen a videón áramvonalak szerkesztése látható a hidrogénbuborékokkal láthatóvá tett áramlásról két egymás után készített fényképfelvétel segítségével.

3. PÁLYA ÁRAMVONAL NYOMVONAL



M.2.1.6.: A vizet tartalmazó edény alján lévő festékcseppek mutatják a sebesség irányának időbeni változását, azaz az álló rendszerben mozgó dúcprofil körüli sebességmegoszlás instacionárius voltát.

M.2.1.7.: A dúcprofil körüli áramlás a profilhoz rögzített koordinátarendszerben stacionárius.

3.

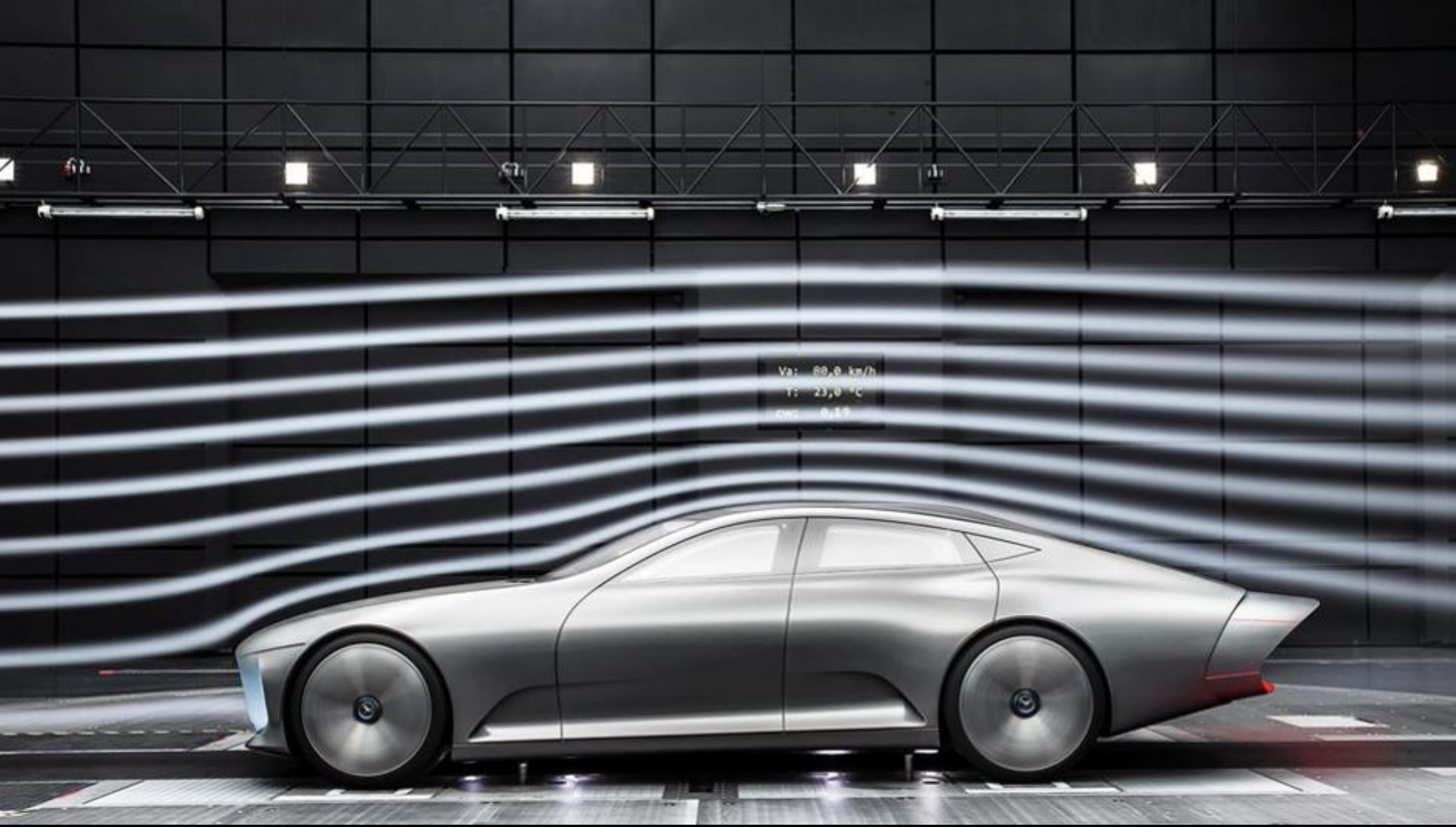
M.2.1.9.: A dúcprofil körüli, az abszolút koordinátarendszerben instacionárius áramlásban a sebességvektorok által érintett áramvonalak és a folyadékrészek pályái különböznek.

Stacioner áramlásban a pálya, az áramvonal és a nyomvonal egybeesik.

AUDI 100 (1978): the first shape optimized car: Dr. Ferdinand Piëch (the grandson of Ferdinand Porsche) created the Audi 100, where Piech stamped his identity with several industry firsts - streamlined aerodynamics on a production car, full galvanized steel body that allowed Audi to offer 10-year warranty against rust, Procon-Ten safety restraint system (a short-lived alternative to airbags).

S-Class testing at Mercedes Wind Tunnel
(credit Mercedes Benz)

Wind tunnel smoke lines with CFD airflow superposed
(credit AUDI Wind Tunnel Centre, 2013)

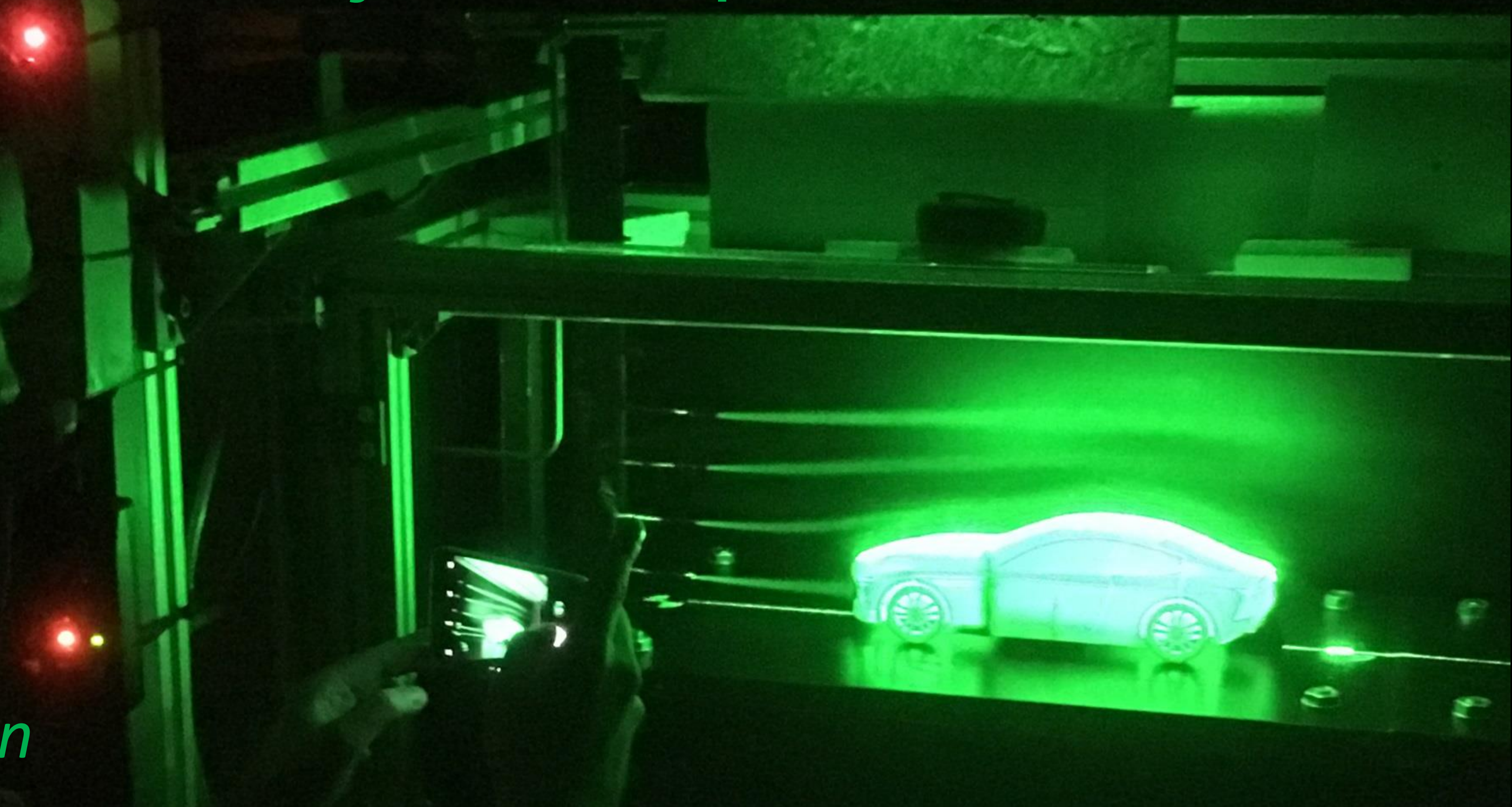


Wind tunnel test MERCEDES IAA concept
(credit Mercedes Benz, 2015)

…láthatóvá tételi vizsgálatok „Járműáramlástan” c. választható MSc tárgyakban
(Gépészmérnök MSc / Áramlástechnika spec. + MSc Mech Eng Mod / Fluid Mech spec.)

Kármán Tódor Szélcsatorna Laboratórium

jármű / sport aerodinamika

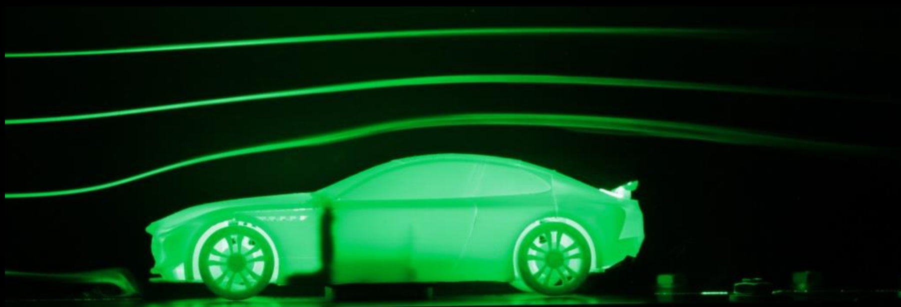


MOME Járműdesign

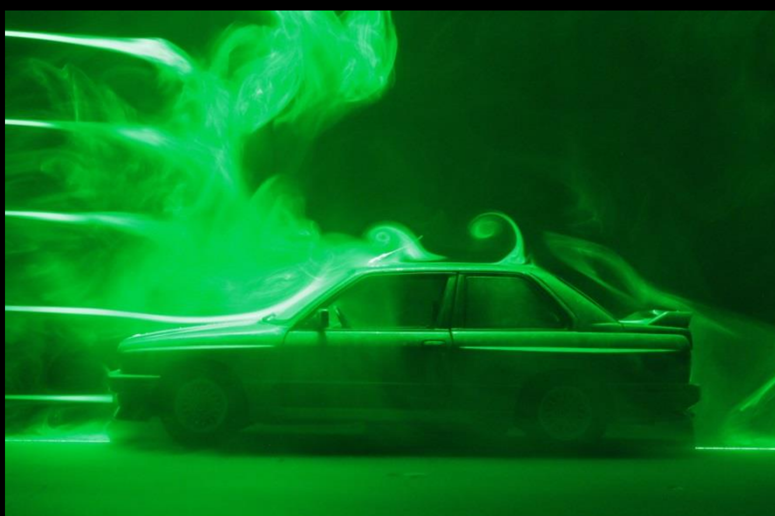
(MSc diploma)

KÁRMÁN TÓDOR SZÉLCSATORNA LABORATÓRIUM

MOME
Járműdesign
(MSc diploma)



…láthatóvá tételi vizsgálatok „Járműáramlástan” c. választható MSc tárgyakban
(Gépészmérnök MSc / Áramlástechnika spec. + MSc Mech Eng Mod / Fluid Mech spec.)



KÁRMÁN TÓDOR
SZÉLCSATORNA
LABORATÓRIUM

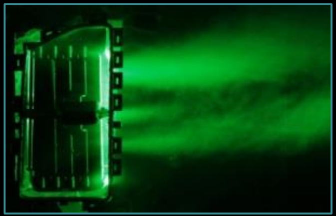
…lassú áramlások láthatóvá tétele

SZEMÉLYAUTÓ UTASTÉRI LÉGBEFÚVÓ TESZTEK

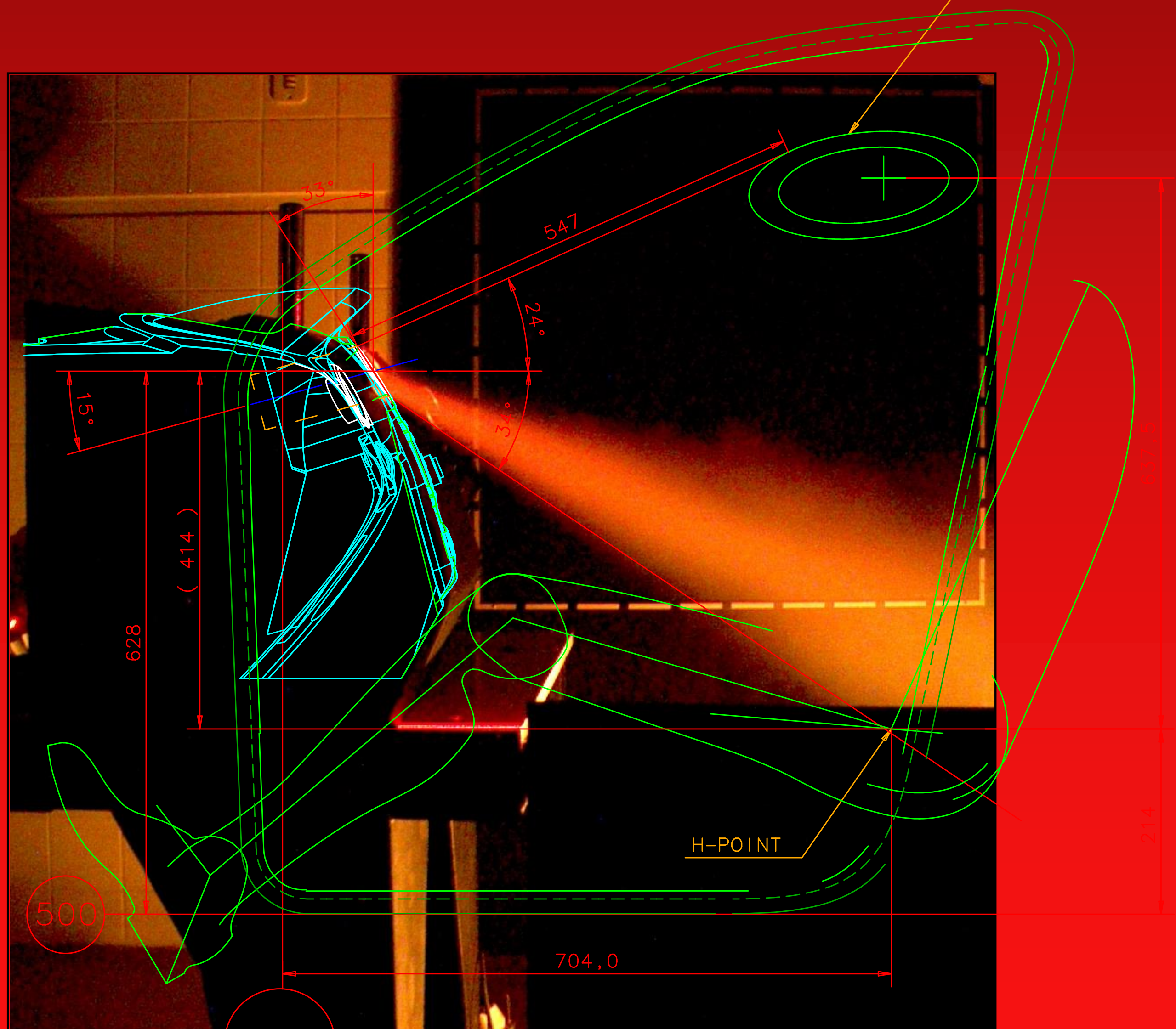
Kármán Tódor Szélcsatorna Laboratórium



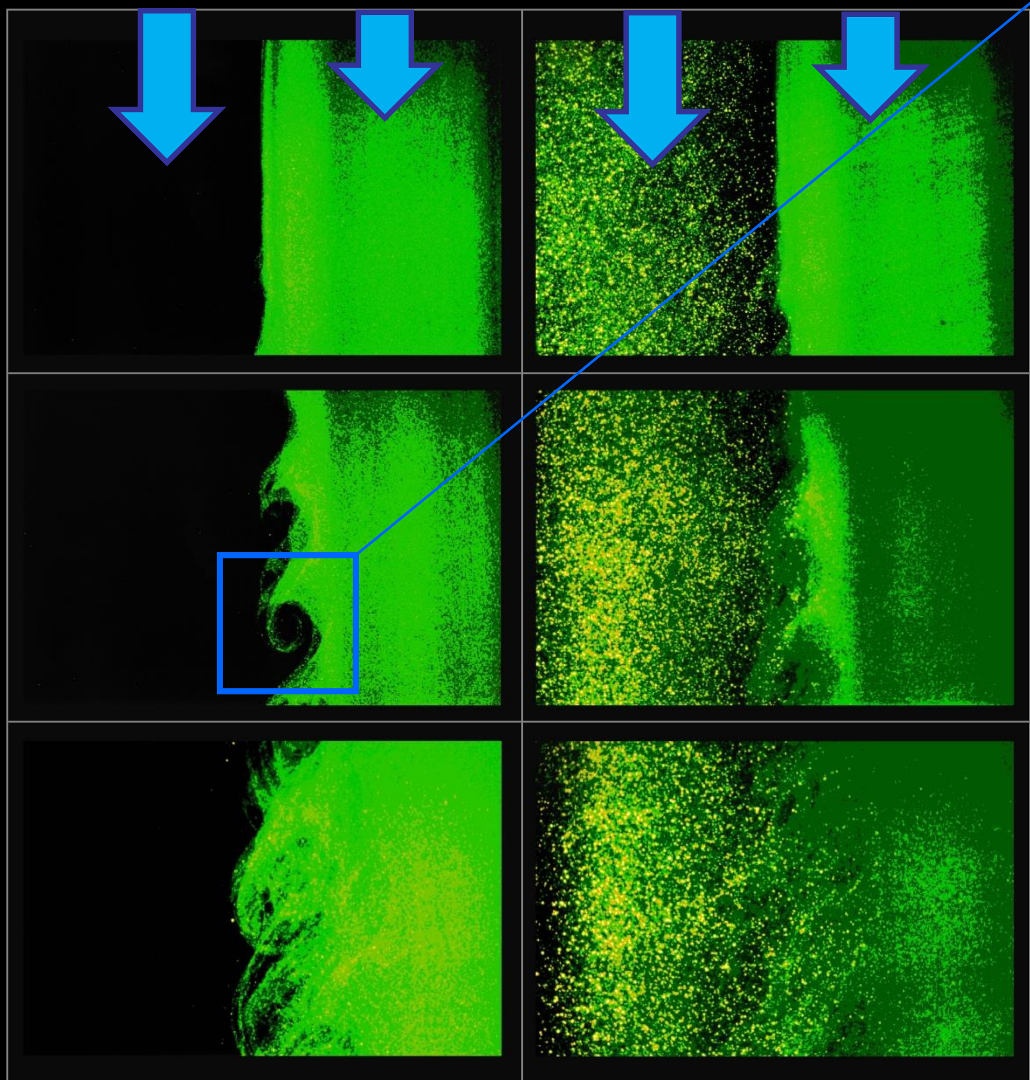


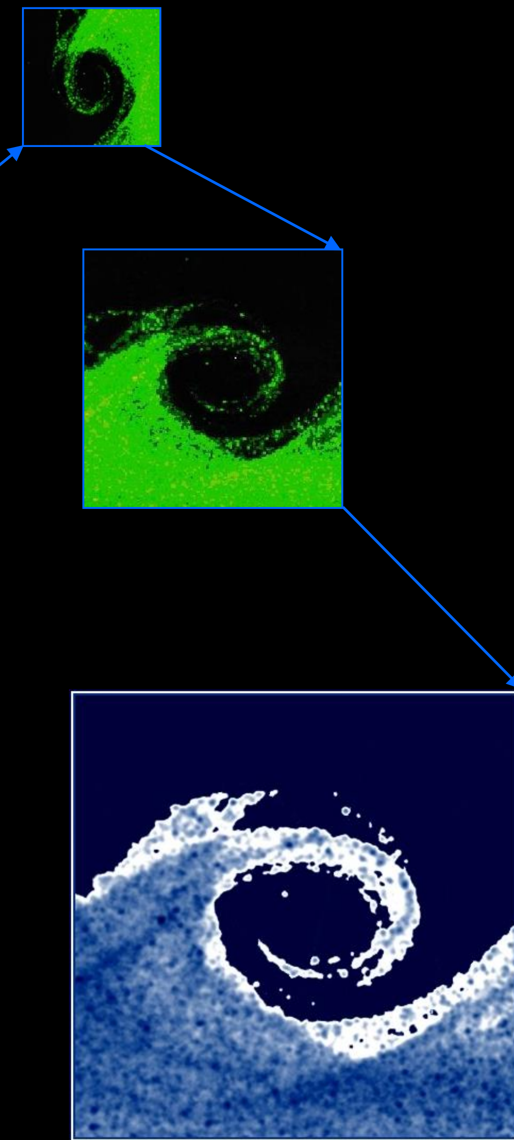


áramlás láthatóvá tétele



HOGYAN KÉSZÜLT pl. a tanszéki logó?
iker-szabadsugár szélcsatornában:
nyíróréteg-áramlás láthatóvá tételével
(ködgenerátor+vízspray+lézersík+fotó)





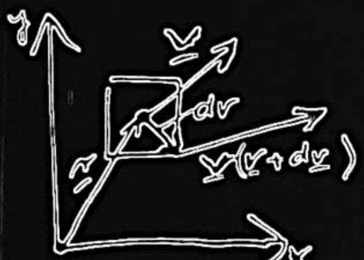
Áramlástan Tanszék

3.

2.2. A potenciálos örvény (olvasmány, nem tananyag)

2.3. A kis folyadék mozgása

Írjuk fel $\underline{\underline{D}}$ ismeretében és $\underline{v}(\underline{r})$ ismeretében egy $d\underline{r}$ elmozdulás vektorral távolabbi pontban a sebességet.



$$\underline{v}(\underline{r}+d\underline{r}) \cong \underline{v}(\underline{r}) + \underline{\underline{D}} \cdot d\underline{r}$$

Bontsuk fel a $\underline{\underline{D}}$ derivált tenzort!

$$\underline{\underline{D}} = \underbrace{\frac{1}{2}\left(\underline{\underline{D}}+\underline{\underline{D}}^T\right)}_{\substack{\text{szimm.} \\ \underline{\underline{A}}_S \\ \text{alakváltozási} \\ \text{sebességtenzor}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\underline{\underline{D}}-\underline{\underline{D}}^T\right)}_{\substack{\text{anti szimm.} \\ \underline{\underline{A}}_\Omega \\ \text{örvénytenzor}}} = \underline{\underline{A}}_S + \underline{\underline{A}}_\Omega$$

$$\underline{\underline{A}}_S = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{D}}+\underline{\underline{D}}^T\right) = \checkmark$$

$$\underline{\underline{A}}_\Omega = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{D}}-\underline{\underline{D}}^T\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) & \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) & 0 & \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y}\right) \\ \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}\right) & \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right) & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -\mathrm{rot}\,\underline{v}_z & \mathrm{rot}\,\underline{v}_y \\ \mathrm{rot}\,\underline{v}_z & 0 & -\mathrm{rot}\,\underline{v}_x \\ -\mathrm{rot}\,\underline{v}_y & \mathrm{rot}\,\underline{v}_x & 0 \end{bmatrix}$$

3.

$$\underline{\underline{D}}\,d\underline{r} = \underline{\underline{A}}_S \cdot d\underline{r} + \underline{\underline{A}}_\Omega \cdot d\underline{r}$$

$$\underline{\underline{A}}_\Omega\, d\underline{r} = \frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\underline{v} \times d\underline{r} = \underline{\Omega} \times d\underline{r}$$

Tehát a sebességtér örvényessége és a folyadékrészek forgási sebessége közötti kapcsolat miatt hívjuk $\underline{\underline{A}}_\Omega$-t örvénytenzornak.

<u>Fentiekkel kapjuk:</u>

$$\underline{v}(\underline{r}+d\underline{r}) = \underline{v}(\underline{r}) + \underline{\underline{D}}\,d\underline{r} =$$

$$\underline{v}(\underline{r}+d\underline{r}) = \underline{v}(\underline{r}) + \underline{\underline{A}}_S \cdot d\underline{r} + \underline{\underline{A}}_\Omega \cdot d\underline{r}$$

$$\underline{\underline{A}}_\Omega \cdot d\underline{r} = \frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\underline{v} \times d\underline{r} = \underline{\Omega} \times d\underline{r}$$

$$\underbrace{\underline{v}(\underline{r})}_{\text{TRANSZLÁCIÓ}} + \underbrace{\underline{\underline{A}}_S \cdot d\underline{r}}_{\text{DEFORMÁCIÓ}} + \underbrace{\underline{\Omega} \times d\underline{r}}_{\text{ROTÁCIÓ}}$$

KIS FOLYADÉKRÉSZ MOZGÁSA FELÍRHATÓ:

TRANSZLÁCIÓ + DEFORMÁCIÓ + ROTÁCIÓ

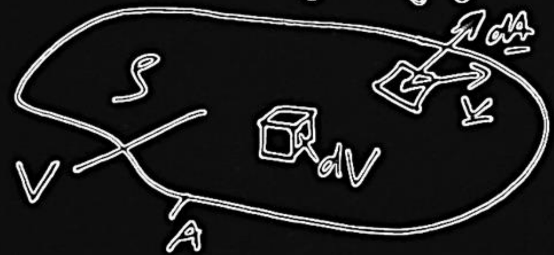
ELMOZD. + ALAKVÁLT + FORGÁS

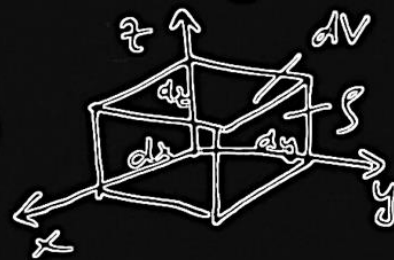
3.

2.4. A FOLYTONOSSÁG (KONTINUITÁS) TÉTELE

2.4.1. Folytonosság tétele

A folytonosság (kontinuitás) tétele az anyagmegmaradás törvényét fejezi ki. /Tömeg nem keletkezhet és nem tűnhet el./





A vizsgált folyadék elemi térfogatában lévő ρ sűrűségű közeg tömege

$$dm = \rho \cdot dV = \rho (dx \cdot dy \cdot dz)$$

A sűrűség $\rho(\underline{r}, t)$ teljes megváltozása: $\dfrac{d\rho}{dt}$

$$\underbrace{\frac{d\rho}{dt}}_{\text{teljes}} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{lok}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \cdot \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}}_{\text{konv}} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\substack{\text{sűrűség}\\ \text{lokális}\\ \text{megváltozása}}} + \underbrace{\operatorname{grad} \rho}_{\substack{\text{sűrűség}\\ \text{gradiens}}} \cdot \underbrace{\underline{v}}_{\substack{\text{áramlási}\\ \text{sebesség}}}$$

TÉRFOGATÁRAM:

$$q_V = \bar{v} A = \int_A \underline{v}\, d\underline{A}$$

TÖMEGÁRAM:

$$q_m = \rho \cdot q_V = \rho \bar{v} A = \int_A \rho \underline{v}\, d\underline{A}$$

3.

Folytonossági tétele (folyt.):

Kiindulás: tömegmegmaradás: ha a vizsgált térrészben (lokálisan) a sűrűség csökken, (időben!), akkor ez csak úgy jöhet létre, ha folyadék tömeg távozik → kiáramlik.

$$-\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV = \int_A \rho \underline{v}\, d\underline{A}$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV + \int_A \rho \underline{v}\, d\underline{A} = 0$$

G-O tétel

Folytonossági tétel integrál alakja és ⇐

$$\boxed{\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV + \int_V \mathrm{div}(\rho \underline{v})\, dV = 0}$$

diff. egyenlet alakja ⇐

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \underline{v}) = 0}$$

Ha stacioner az áramlás, akkor $\boxed{\mathrm{div}(\rho \underline{v}) = 0}$

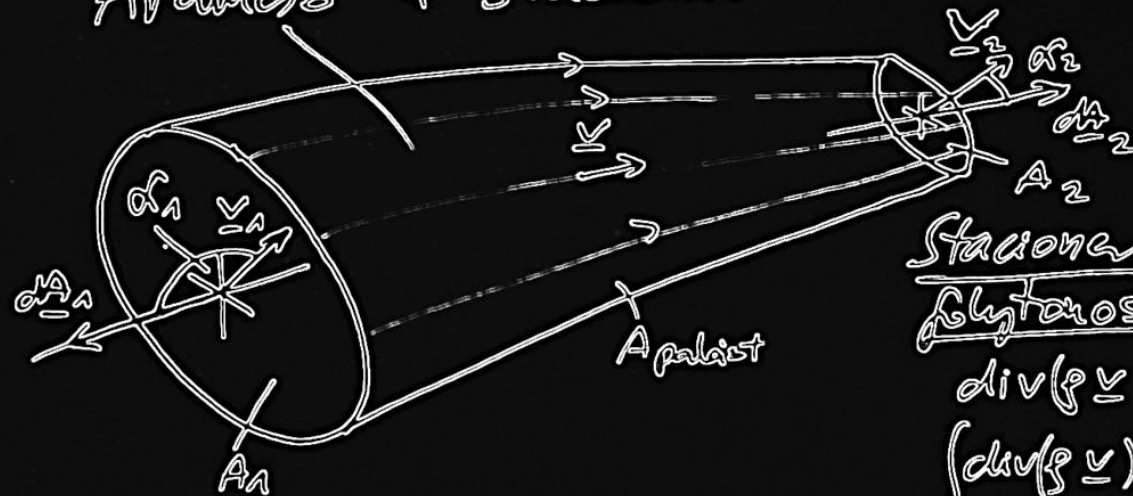
Ha összenyomhatatlan a közeg, akkor $\boxed{\mathrm{div}\, \underline{v} = 0}$

} spec. alak

3.

24.2. A folytonossági tétel alkalmazása áramcsőre

Áramcső + stacioner áramlás



Stacioner áramlásra a folytonossági tétel:

$$\mathrm{div}(\rho \underline{v}) = 0 \quad \text{vagy}$$

$$\int_V \mathrm{div}(\rho \underline{v})\, dV = 0 \quad \text{vagy}$$

$$\oint_A \rho \underline{v}\, d\underline{A} = 0$$

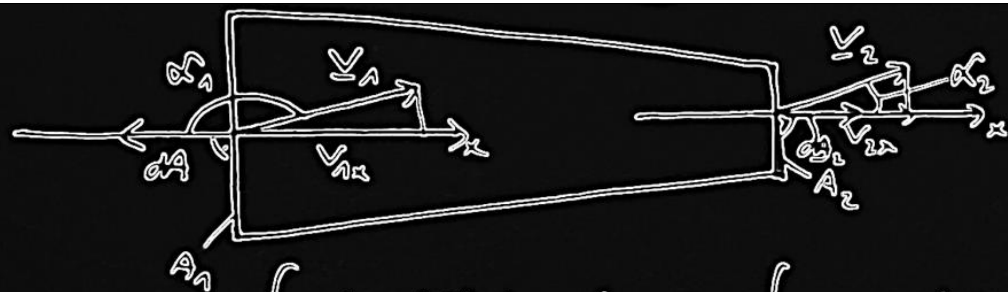
$$\oint_A \rho \underline{v}\, d\underline{A} = 0$$

alakot bontsuk ki A_1, A_2, $A_{palást}$ különálló felületi integrálokra!

$= 0$ nincs átáramlás!

$$\int_{A_1} \rho_1 \underline{v}_1\, d\underline{A}_1 + \int_{A_{palást}} \rho_p \underline{v}_p\, d\underline{A}_p + \int_{A_2} \rho_2 \underline{v}_2\, d\underline{A}_2 = 0$$

3.



$$\underbrace{\int_{A_1} \rho_1 |\underline{v}_1||d\underline{A}_1|\cos\alpha_1}_{\text{BEÁRAMLÁS}} + \underbrace{\int_{A_2} \rho_2 |\underline{v}_2||d\underline{A}_2|\cos\alpha_2}_{\text{KIÁRAMLÁS}} = 0$$

$$\boxed{90^\circ < \alpha_1 \leq 180^\circ} \qquad \boxed{90^\circ > \alpha_2 \geq 0^\circ}$$

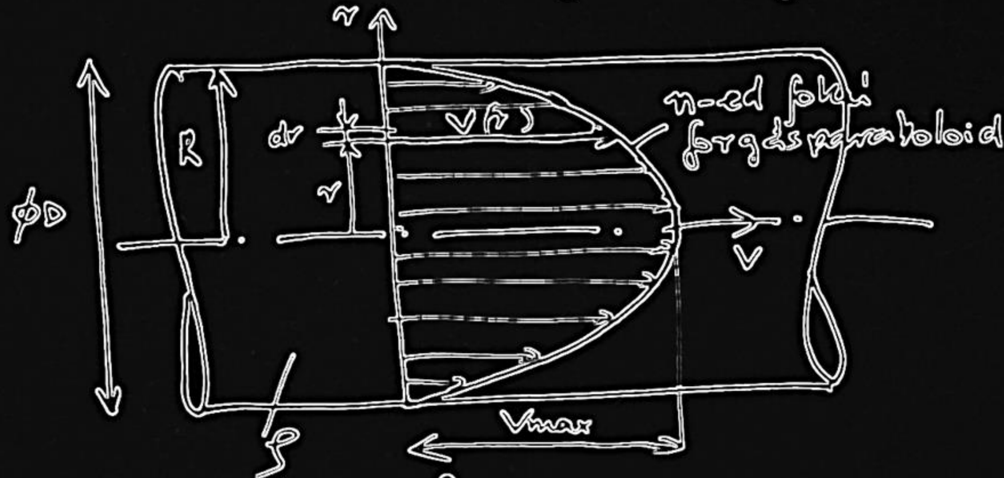
ÁRAMCSŐRE A FOLYTONOSSÁG TÉTELE

$q_m = \text{áll.}$ $\quad \boxed{\rho_1 \bar{v}_1 A_1 = \rho_2 \bar{v}_2 A_2}$ stacioner esetben

$q_V = \text{áll.}$ $\quad \boxed{\bar{v}_1 A_1 = \bar{v}_2 A_2}$ $\rho = \text{áll.}$ összenyomhatatlan közegre

3.

2.4.3. Átlagsebesség és térfogatáram számítás csőben



Csőkeresztmetszet:

$$A_{cső} = R^2\pi = \frac{D^2\pi}{4}$$

Sebességprofil:

$$v(r) = v_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^n\right]$$

Térfogatáram:

$$q_V = \int_A \underline{v}\, d\underline{A} = \bar{v}\cdot A_{cső}$$

$$q_V = \int_A \underline{v}\, d\underline{A} = \int_0^R 2\cdot r\cdot\pi\cdot v_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^n\right]\cdot dr$$

$$q_V = R^2\cdot\pi\cdot v_{max}\cdot\frac{n}{n+2} = \bar{v} A_{cső} = \bar{v}\cdot R^2\pi$$

Átlagsebesség: $\boxed{\bar{v} = v_{max}\cdot\frac{n}{n+2}}$

pl: $n=2$ esetén $\bar{v} = v_{max}\cdot\frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}v_{max}$

Feltétel: áramlás hengerszimmetrikus, n-ed fokú forgásparaboloid a sebességprofil. Csőáramlás. φD!

3.

2.4.4. Jellemzők lokális és konvektív megváltozása

Sűrűségre felírtuk a folytonossági tétel levezetése előtt

$$\underbrace{\frac{d\rho}{dt}} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \cdot \frac{\partial \underline{r}}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{grad}\rho \cdot \underline{v}}$$

Folytonossági tétel átírható ezzel

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \underline{v} = 0$$

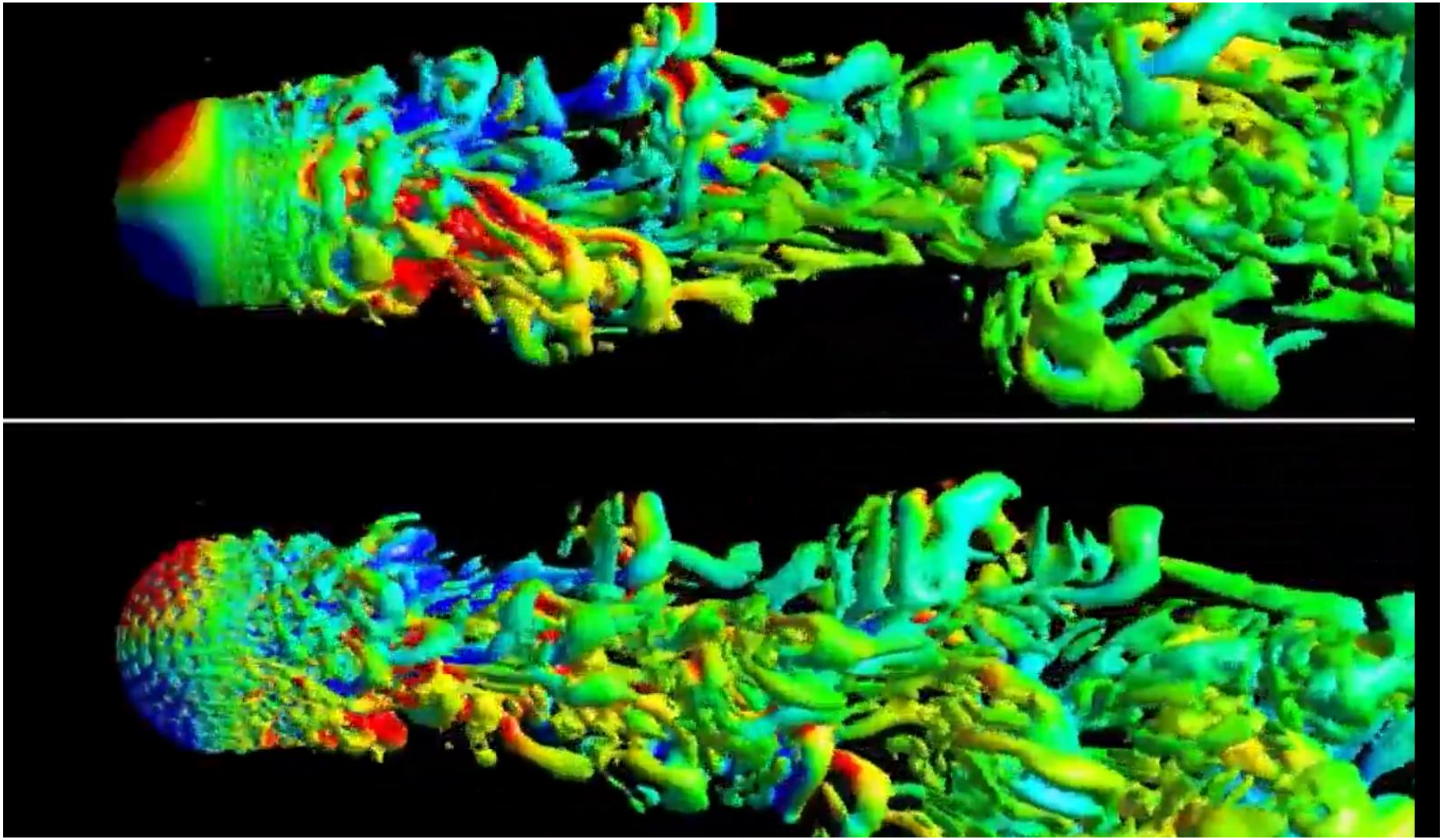
$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{v} \cdot \operatorname{grad}\rho} + \rho \cdot \operatorname{div}\underline{v} = 0$$

$$\boxed{\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \operatorname{div}\underline{v} = 0}$$

Folytonossági tétel újabb alakja

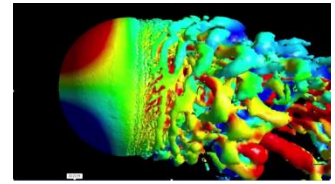
2.4.5. Áramfüggvény (csak olvasmány, nem tananyag)

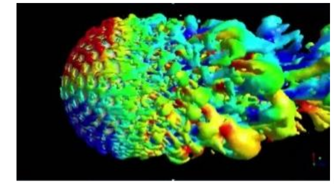
3. SIMA / ÉRDES GÖMB (GOLFLABDA)



$Re=1,5\times10^5$; Q=const. ; v_z

3. SIMA / ÉRDES GÖMB (GOLFLABDA)





$Re=1,5 \times 10^5$; Q=const. ; v_z

https://www.youtube.com/watch?v=GHOoZYhF6r4

3.

Összefoglalás

- **Áramlástani alapfogalmak definiálása**
- **Áramlások időfüggésének vizsgálata**
- **Áramlások szemléltetése**
- **Kis elemi folyadékrész mozgásának leírása**
- **Folytonosság (kontinuitás) tétele**
- **Folytonosság alkalmazása áramcsőre**
- **Térfogatáram ill. tömegáram számítása**

Következő témakör:
A tankönyv 3. fejezetében a folyadékrészek gyorsulásával és az elemi folyadékrészre ható erőkkel foglalkozunk, majd Newton II. törvénye alapján felírjuk a folyadék mozgásegyenletét.


na
ez
kész
un film de Dr. Suda Jenő Miklós
Az Áramlástan Alapjai