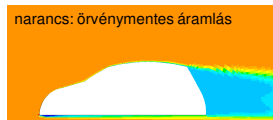
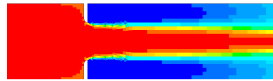
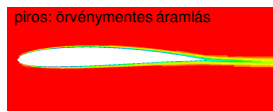


Potenciális áramlás viszkózus folyadékban



Össznyomás megoszlása 2D CFD modellek alapján:

szárny körül

szűk nyílás esetében

egy autó körül

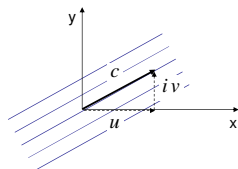
Párhuzamos áramlás

$$w = \bar{c} z \quad \bar{c} \text{ tetszőleges komplex szám.}$$

$$\bar{c} = \frac{dw}{dz} = u - iv$$

$$w = (u + iv)(x + iy) = \underbrace{ux - vy}_{\phi} + i \underbrace{(-vx + uy)}_{\psi}$$

Pl: a $\psi=0$ áramvonal egy origón áthaladó egyenes:



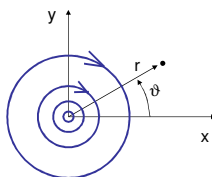
$$y = \frac{v}{u} x$$

Potenciális örvény

$$w = ik \ln z \quad k: \text{ tetszőleges valós szám.}$$

$$w = ik \ln(r e^{i\theta}) = \underbrace{-k\theta}_{\phi} + i \underbrace{k \ln r}_{\psi}$$

Az áramvonalak koncentrikus körök: $\psi = k \ln r = \text{áll.}$



Potenciálos örvény

A sebességmező:

$$\bar{c} = \frac{dw}{dz} = i \frac{k}{z} = i \frac{k}{r e^{i\vartheta}} = i \frac{k}{r} e^{-i\vartheta}$$

$$\bar{c} = \frac{k}{r} i (\cos(-\vartheta) + i \sin(-\vartheta))$$

$$c = \frac{k}{r} (\sin \vartheta - i \cos \vartheta) \quad \text{Tangenciális irányú egységvektor.}$$

A sebesség nagysága: $|c| = \frac{k}{r}$

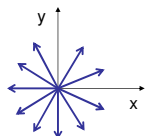
Cirkuláció az origót egyszer megkerülő görbére:

$$\Gamma \left[\frac{m^2}{s} \right] = 2 r \pi |c| = 2 r \pi \frac{k}{r} = 2 \pi k \quad \text{ezért:} \quad k = \frac{\Gamma}{2 \pi}$$

Forrás

Ez 3D-ben szemléltetve vonalforrás.

$$w = k \ln z \quad k: \text{ tetszőleges valós szám.}$$



$$w = k \ln(r e^{i\vartheta}) = k \ln r + i k \vartheta$$

$$z = x + iy \quad \longrightarrow \quad \psi = k \operatorname{atg} \frac{y}{x}$$

$$\bar{c} = \frac{dw}{dz} = \frac{k}{z} = \frac{k}{r} (\cos \vartheta - i \sin \vartheta)$$

$$c = \frac{k}{r} (\cos \vartheta + i \sin \vartheta) \quad \text{Radiális egységvektor.}$$

$$Q \left[\frac{m^2}{s} \right] = \psi_{\vartheta=2\pi} - \psi_{\vartheta=0} = k 2\pi \quad \text{ezért:} \quad k = \frac{Q}{2\pi}$$

Sarok körüli áramlás

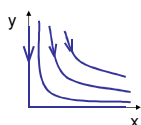
$$w = \frac{k}{n} z^n \quad k, n: \text{ valós számok, és } n > 0.$$

$$w = \frac{k}{n} r^n e^{in\vartheta} = \frac{k}{n} r^n (\cos n\vartheta + i \sin n\vartheta)$$

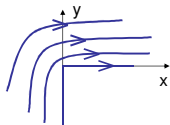
$$\psi = \frac{k}{n} r^n \sin n\vartheta$$

$$\psi = 0, \text{ ahol } \vartheta = 0, \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \dots$$

n=2 :
Ψ=0, ha
0, π/2

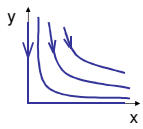


n=2/3 :
Ψ=0, ha
0, 3π/2



Sarok körüli áramlás

- a. Milyen alakúak az áramvonalak? $y=f(x)$?
 b. Hogyan változik a torlóponyi áramvonalon (y tengely mentén) mozgó folyadék rész sebessége? $v=g(y)$?



$$\psi = \frac{k}{2} r^2 \sin 2\vartheta \quad \text{áramvonalon: } \Psi = \text{áll.}$$

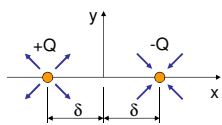
$$\psi = k r^2 \sin \vartheta \cos \vartheta$$

$$\psi = k x y$$

$$y = \frac{\psi}{k} x^{-1} \quad \text{Tehát az áramvonalak hiperbolák.}$$

$$\bar{c} = kz \quad \rightarrow \quad \underline{v = -k y}$$

Dipólus



$$\delta \rightarrow 0, \quad Q \rightarrow \infty, \quad Q \cdot \delta = \text{áll.}$$

$$w = \frac{Q}{2\pi} [\ln(z + \delta) - \ln(z - \delta)]$$

$$\bar{c} = \frac{Q}{2\pi} \left[\frac{1}{z + \delta} - \frac{1}{z - \delta} \right]$$

$$\bar{c} = \frac{Q}{2\pi} \frac{z - \delta - (z + \delta)}{z^2 - \delta^2}$$

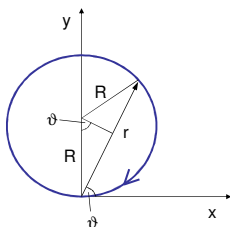
$$w = \frac{M}{z}$$

$$\bar{c} = -\frac{M}{z^2}$$

$$\delta \rightarrow 0, \quad Q \rightarrow \infty \quad \bar{c} = -\frac{Q\delta}{\pi} \frac{1}{z^2 - \delta^2}$$

M valós állandó: dipólyomaték.

Dipólus



$$w = \frac{M}{z} = \frac{M}{r e^{i\vartheta}} = \frac{M}{r} (\cos \vartheta - i \sin \vartheta)$$

$$\psi = -\frac{M}{r} \sin \vartheta = \text{const.}$$

$$r = -\frac{M}{\psi} \sin \vartheta$$

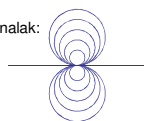
Egy x tengelyt érintő kör egyenlete:

$$r = 2R \sin \vartheta$$

tehát az áramvonalak R sugarú körök:

$$2R = -\frac{M}{\psi} \quad \rightarrow \quad R = -\frac{M}{2\psi}$$

Az áramvonalak:



Henger körüli áramlás

$$w = c_\infty z + \frac{M}{z} \quad c_\infty \text{ valós szám}$$

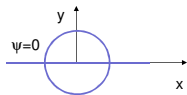
$$w = c_\infty r e^{i\vartheta} + \frac{M}{r} e^{-i\vartheta} = c_\infty r (\cos \vartheta + i \sin \vartheta) + \frac{M}{r} (\cos \vartheta - i \sin \vartheta)$$

$$\psi = \left(c_\infty r - \frac{M}{r} \right) \sin \vartheta$$

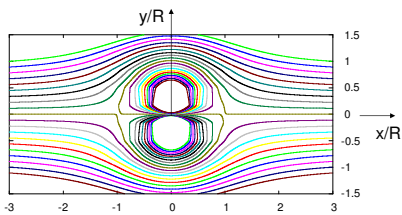
Milyen alakú a $\psi=0$ áramvonal?

ha a zárójeles tényező 0: $c_\infty R - \frac{M}{R} = 0$ ha $\sin \vartheta = 0$, akkor $\vartheta = 0, \pi, \dots$

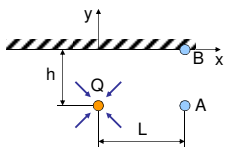
$$w = c_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) \quad \leftarrow \quad \frac{M}{c_\infty} = R^2$$



Henger körüli áramlás



2. szorgalmi feladat



- Adja meg az ábrán látható áramlás komplex potenciálját adott Q , h és L esetén! (A srafkozott felület függőleges áramlás nem lehetséges.)
- Határozza meg a sebesség nagyságát a B pontban.
- Határozza meg a térfogatáramot A és B pontok között?
- Határozza meg a nyomásmegoszlást az x tengely mentén!
- Milyen feltételből lehetne meghatározni egy vízszintes kút maximális megengedhető térfogatáramát (Q_{max})?

Kérem, hogy a választát képletekkel és részfeladatonként 1-2 mondatos indoklással max. 5 oldalas PPT fájlban adja meg a Poseidon rendszerben kiírt feladatra! Helyes megoldással 5 vizsgapont szerezhető.
