

Áramlástan  
Tanszék



# MÉRÉSELŐKÉSZÍTŐ ÓRA I.

## Méréstechnikai alapok, hibaszámítás



Készítette:

Dr. Balczó Márton

Dr. Benedek Tamás

Dániel István

Dr. Istók Balázs

Nagy László

Dr. Sente Viktor

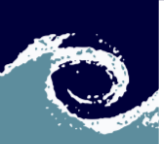


- $p$  ( $\Delta p$ ),  $v$  (nagyság és irány),  $T$ ,  $q_V$ ,  $F$ , méretek, idő, fordulatszám mérése
- A mérés célja: más mennyiségek kiszámítása, pld: ellenállás-tényező, hatásfok, teljesítmény.

 $x_i$  $R_i$ 

## Egy mérőműszer tulajdonságai

- Mérési tartomány  $x_{min} \div x_{max}$                        $0 - 1000 Pa$



***Mérési eredmények téves értelmezése (A „Csernobil” c. sorozatból)***

**Gyatlov** : Mit mutat a doziméter??

**Akimov** : 3.6 röntgent. De ez a műszer maximális értéke....

**Gyatlov** : 3.6 – nem túl jó de nem is olyan drámai.



- $p$  ( $\Delta p$ ),  $v$  (nagyság és irány),  $T$ ,  $q_V$ ,  $F$ , méretek, idő, fordulatszám mérése

$x_i$

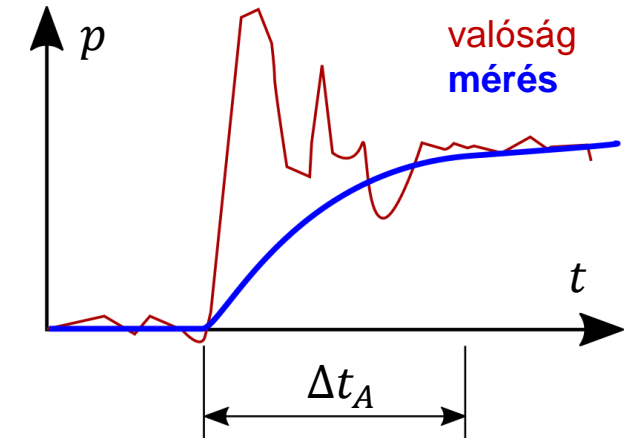
- A mérés célja: más mennyiségek kiszámítása, pld: ellenállás-tényező, hatásfok, teljesítmény.

$R_i$



## Egy mérőműszer tulajdonságai

- Mérési tartomány  $x_{min} \div x_{max}$  0 – 1000 Pa
- Mérési bizonytalanság\*  $\delta x$   $\pm 2$  Pa
- Időbeli felbontás (válaszidő)  $\Delta t_A$  0.5 s
- ... ..



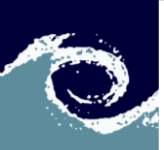
## Hibaterjedés

A **mért mennyiségek**  $\delta x_i$  mérési bizonytalansága ►

A **számított mennyiség**  $\delta R_i$  bizonytalansága

**(hibaszámítás szükséges)**

\* korábbi, de elterjedt megnevezés: mérési hiba



Mért érték  $x$  [mértékegység]

Abszolút hiba  $\delta x$  [mértékegység]

ahol  $\delta x = |x_M - x_0|$  ( $x_0$ : a valós, de ismeretlen érték)

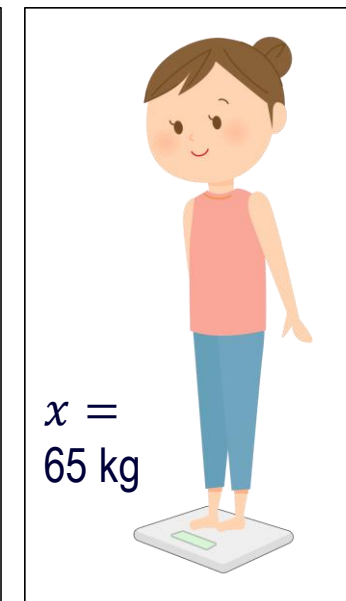
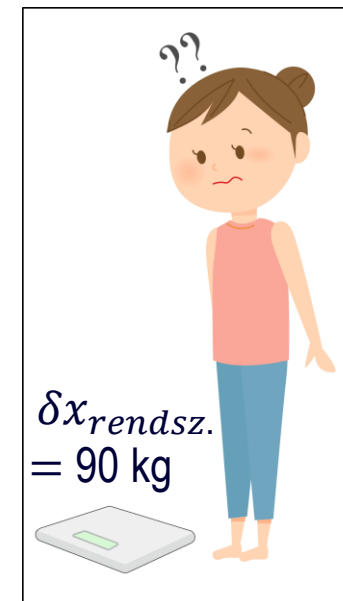
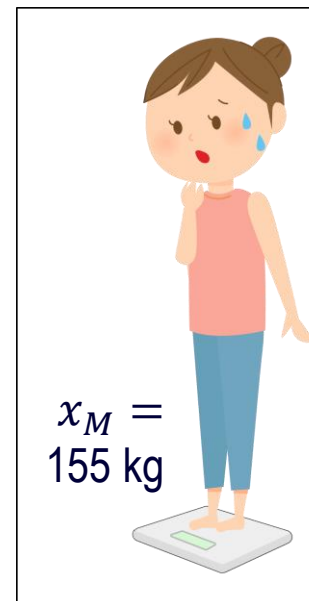
Relatív hiba  $\frac{\delta x}{x}$  [-] vagy [%]

## Hibafajták

- **Rendszeres:** mindig azonos irányú és nagyságú

► egy külön mérés alapján korigálható:

$$x = x_M - \delta x_{rends.}$$



Mért érték  $x$  [mértékegység]

Abszolút hiba  $\delta x$  [mértékegység]

ahol  $\delta x = |x_M - x_0|$  ( $x_0$ : a valós, de ismeretlen érték)

Relatív hiba  $\frac{\delta x}{x}$  [-] vagy [%]

## Hibafajták

- **Rendszeres:** mindig azonos irányú és nagyságú

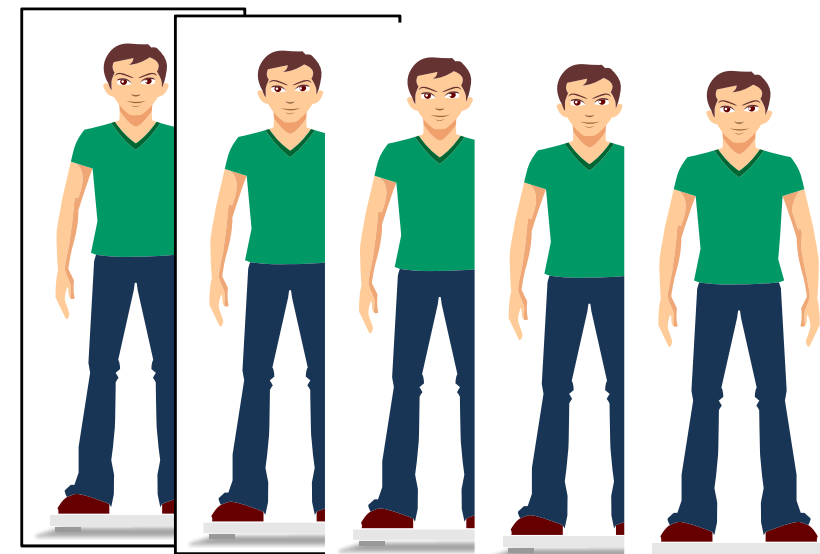
► egy külön mérés alapján korigálható:

$$x = x_M - \delta x_{rendszer}$$

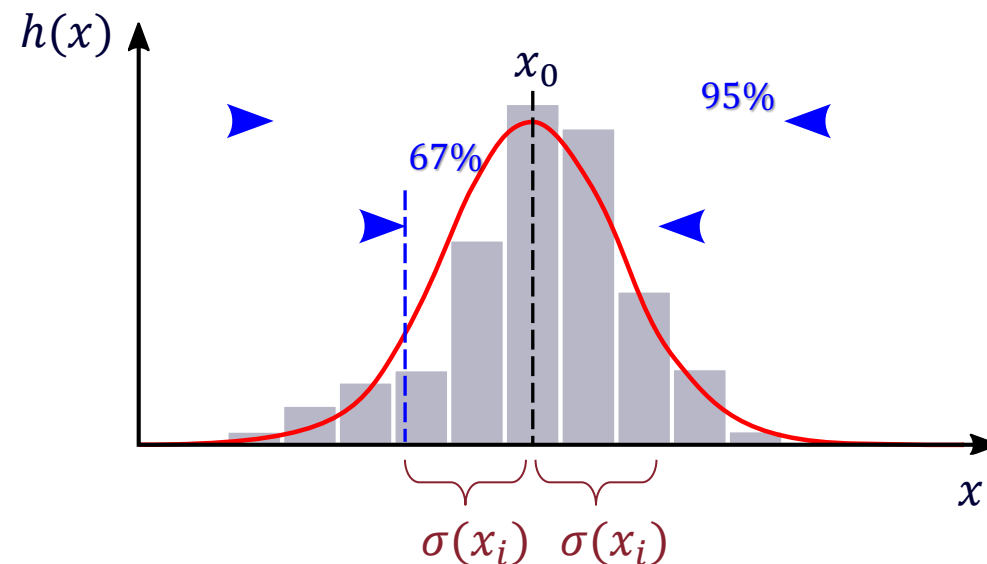
- **Véletlen:** iránya és nagysága véletlenszerű

► ismételt mérés esetén:

- A mért érték eloszlása gyakran Gauss-eo.
- $\sigma(x)$  – standard-hibahatár mit 67% konfidencia-int.
- $2 \cdot \sigma(x)$  – **kiterjesztett hibahatár** 95% konfidencia-int.



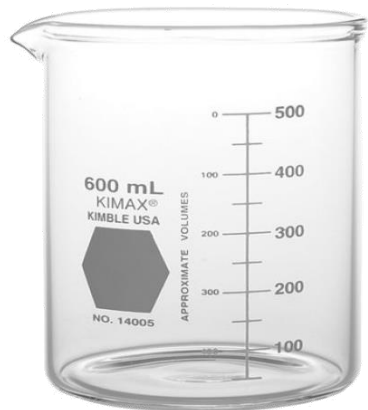
$x_i [kg] = 72.1 \quad 71.9 \quad 72.0 \quad 72.2 \quad 72.0$





# HIBASZÁMÍTÁS

## PÉLDA: VÍZ TÉRFOGATA HENGERES EDÉNYBEN



$$\delta V = ? \quad V = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot h \quad x_i = (D, h); R = V$$

**Mérve:**

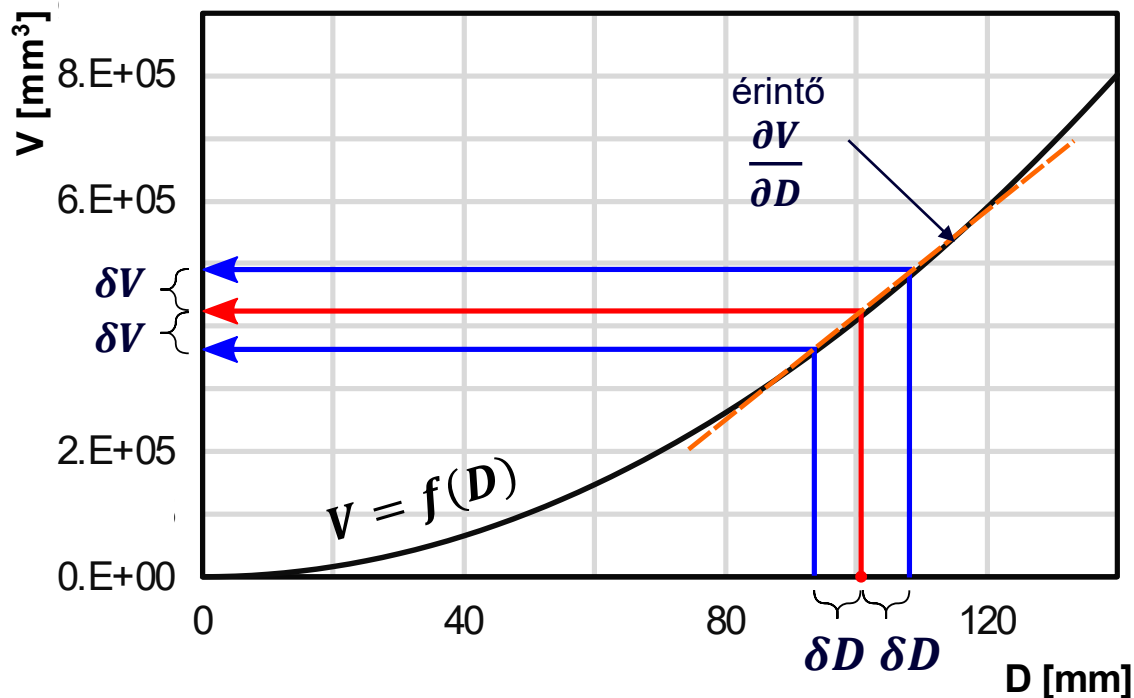
$$D = 99.8 \text{ mm} \quad \text{tolómérővel} \quad \delta D = 0.1 \text{ mm}$$

$$h = 52 \text{ mm} \quad \text{skála leolvasásával} \quad \delta h = \pm 1 \text{ mm}$$

$$\delta V \Big|_D = \frac{\partial V}{\partial D} \cdot \delta D$$

$$= \frac{2D\pi h}{4} \cdot 0.1 \text{ mm} = 814.8 \text{ mm}^3$$

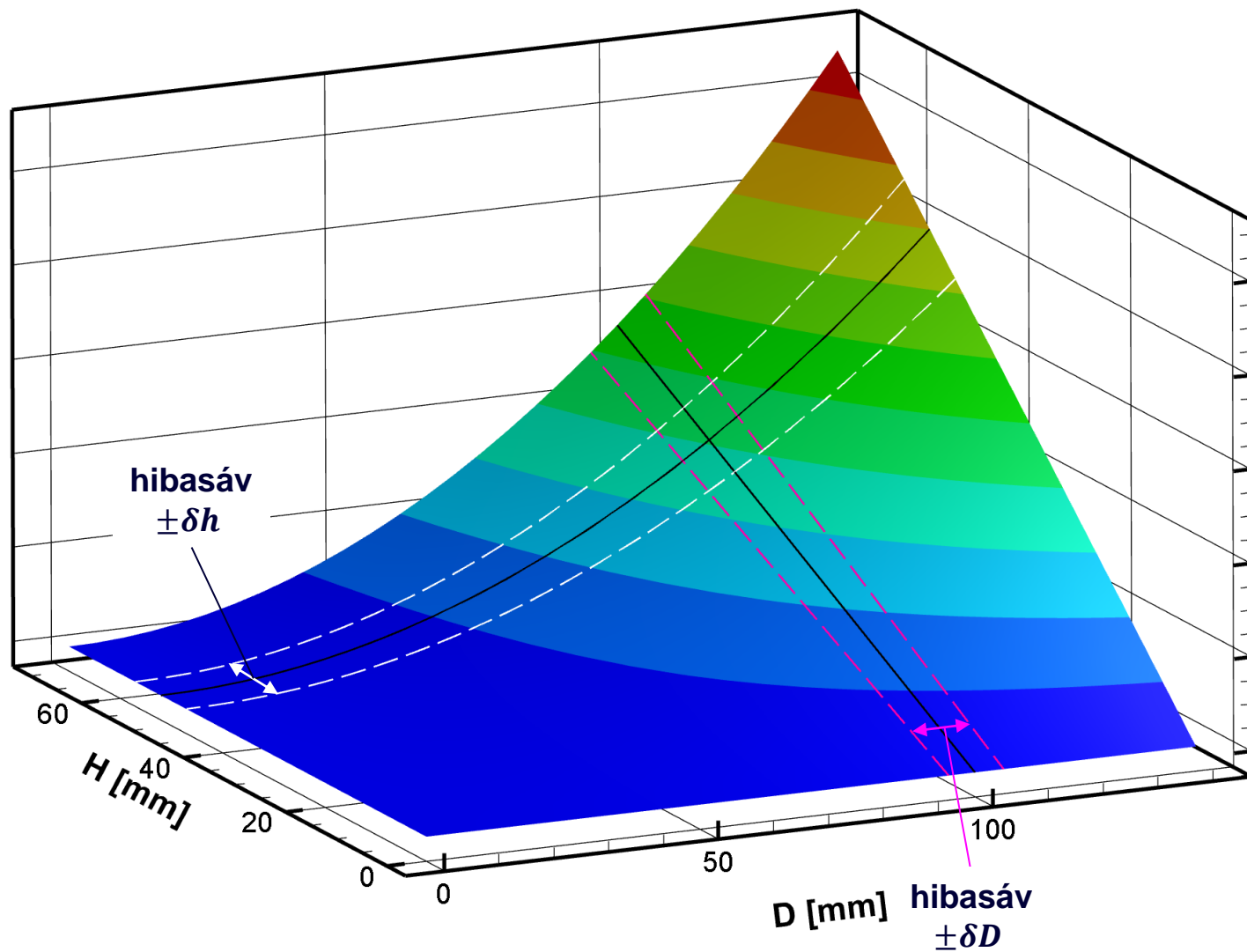
**a. Egy hibával terhelt változó:  $\delta D$  hatása  $\delta V$ -re**





# HIBASZÁMÍTÁS

## PÉLDA: VÍZ TÉRFOGATA HENGERES EDÉNYBEN



b. Másik változó:  $\delta h$  hatása  $\delta V$ -re

$$\delta V \Big|_h = \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \delta h$$

$$= \frac{D^2 \pi}{4} \cdot 1 \text{ mm} = 7822.6 \text{ mm}^3$$

V [mm<sup>3</sup>]





### c. A hibák összegzése

$$\delta V = \sqrt{\delta V|_D^2 + \delta V|_h^2}$$

#### Miért nem egyszerű összeadás?

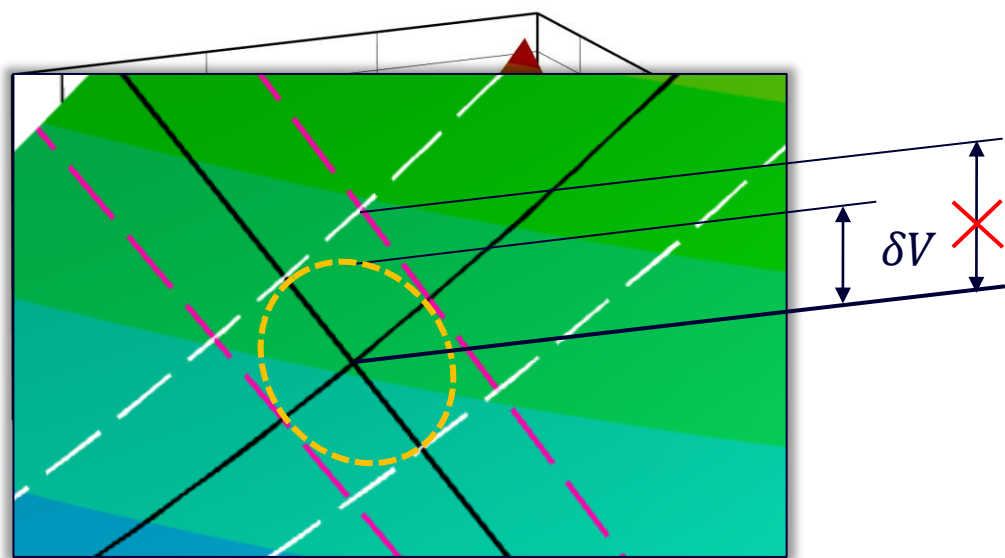
Mert a hibák véletlenszerűen,  
különböző irányban lépnek fel:

$$\delta V < \delta V|_D + \delta V|_h$$

Általánosan:  $R = R(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$\delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R(X_i)}{\partial X_i} \cdot \delta X_i \right)^2}$$

**Gauss-féle hibaterjedési képlet**



$$\delta V = \sqrt{\left( \frac{\partial V}{\partial D} \cdot \delta D \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \delta h \right)^2} = 7864 \text{ mm}^3$$



### d. Eredménymegadás

$$V = V \pm \delta V$$

$$V = 406\,775 \pm 7864 \text{ mm}^3$$

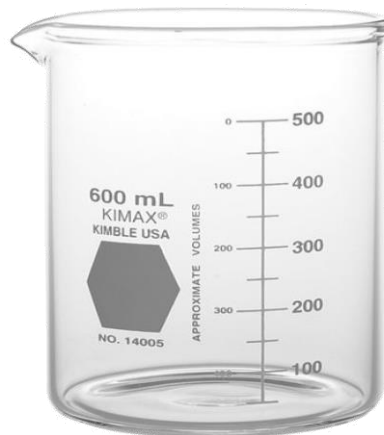
### e. Kerekítés, tizedes jegyek

$$V[l] = 0.406\,775 \pm 0.007\,864 [l]$$

Bizonytalan tizedes jegyek!

$$V + \delta V = 0.414\,639$$

$$V - \delta V = 0.398\,911$$



### Összefoglaló:

1. A mérési bizonytalanságot két szignifikáns jegyig kerekíteni
2. A mérési értéket azonos tizedesre kerekíteni

$$V = 0.4068 \pm 0.0078 \text{ l}$$

(azaz az eredményben 2... max. 3 bizonytalan jegy fog szerepelni.)



***Köszönöm a figyelmet!***

